

# **Die Isotopie-Verschiebung in den Resonanzlinien des Caesiums**

Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung der Doktorwürde  
der  
Naturwissenschaftlichen Fakultät der Philipps-Universität  
Marburg/Lahn

vorgelegt von

**Harry Hühnermann**  
aus Berlin

Marburg 1967

Fotodruck von Erich Mauersberger in Marburg



# **Die Isotopie-Verschiebung in den Resonanzlinien des Caesiums**



Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung der Doktorwürde  
der  
Naturwissenschaftlichen Fakultät der Philipps-Universität  
Marburg/Lahn

vorgelegt von

**Harry Hühnermann**

aus Berlin

Marburg 1967

Fotodruck von Erich Mauersberger in Marburg



Von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Philipps-Universität Marburg/Lahn als

Dissertation angenommen am: 24.4.1967

Tag der mündlichen Prüfung am: 3.5.1967

Berichterstatter: Prof. Dr. W. Walcher

Mitberichterstatter: Prof. Dr. G. Grawert

|                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. <u>Einleitung und Problemstellung</u>                                                                                  | 5  |
| 2. <u>Experimentelle Einzelheiten</u>                                                                                     |    |
| 2.1 Wahl der untersuchten Spektrallinien                                                                                  | 11 |
| 2.2 Anregung der Spektrallinien                                                                                           | 15 |
| 2.3 Füllung der Hohlkathoden mit Caesium                                                                                  | 18 |
| 2.4 Registrierung der Hyperfeinstrukturen                                                                                 | 22 |
| 2.5 Wahl des Dispersionsgebietes des Interferometers                                                                      | 24 |
| 2.6 Messung der Isotopieverschiebung an Isotopengemischen                                                                 | 30 |
| 3. <u>Auswerte-Verfahren</u>                                                                                              |    |
| 3.1 Aufbereitung der Meßwerte                                                                                             |    |
| 3.11 Überlagerung der gemessenen Interferenzordnungen                                                                     | 33 |
| 3.12 Gang des Rechenprogramms "Überlagerung"                                                                              | 42 |
| 3.2 Verarbeitung der aufbereiteten Meßwerte                                                                               |    |
| 3.21 Analytische Darstellung von Hyperfeinstrukturen. Wahl der Kurvenparameter                                            | 46 |
| 3.22 Gang des Rechenprogramms "Anpassung" und kritische Abschätzung der Genauigkeit der optimalisierten Parameter         | 55 |
| 3.3 Zugrundegelegte HFS-Aufspaltungsfaktoren                                                                              | 62 |
| 4. <u>Auswertung der einzelnen Versuche</u>                                                                               |    |
| 4.1 Auswertung der Messungen an reinem Cs 133                                                                             | 68 |
| 4.2 Auswertung der Messungen an Spaltcaesium, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$                                                | 71 |
| 4.3 Auswertung der Messungen an eingestellten Caesiumgemischen, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$                              | 76 |
| 4.4 Auswertung der Messungen an Cs 134, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$                                                      | 80 |
| 4.5 Auswertung der Messungen an der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$                                         | 83 |
| 4.6 Der B-Faktor des $6p^2P_{3/2}$ -Terms von Cs 134                                                                      | 91 |
| 5. <u>Interpretation der Ergebnisse</u>                                                                                   |    |
| 5.1 Vergleich der Isotopieverschiebung der beiden Caesiumresonanzlinien $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , $8521 \text{ \AA}$ |    |
| 5.11 Differenz der Isotopieverschiebungen in den Linien                                                                   | 94 |
| 5.12 Vergleich der Volumeneffekte nach King                                                                               | 97 |

|                                                                                                                  | Seite |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 5.2 Wirkung der unterschiedlichen Quadrupol-<br>momente auf die Isotopieverschiebung                             | 103   |
| 5.3 Vergleich der Isotopieverschiebung von<br>Caesium und Barium                                                 | 106   |
| 5.4 Gesetzmäßigkeiten des Volumeneffektes<br>in der Nähe der magischen Neutronenzahlen<br>$N = 82$ und $N = 126$ | 112   |
| 6. <u>Anhang</u>                                                                                                 |       |
| 6.1 Tabellarische Zusammenstellung der Ver-<br>suchsergebnisse                                                   | 116   |
| 6.2 Mögliche Linienverschiebung in der Hohl-<br>kathode                                                          | 122   |
| 6.3 Verwendetes Mittelungsverfahren                                                                              | 125   |
| 6.4 Verwendetes Verfahren zur Abschätzung<br>systematischer Fehler                                               | 128   |
| 6.5 Verzeichnis der häufigsten Abkürzungen                                                                       | 130   |
| 6.6 Tabellenverzeichnis                                                                                          | 134   |
| 6.7 Figurenverzeichnis                                                                                           | 135   |
| 6.8 Literaturverzeichnis                                                                                         | 136   |
| <u>Zusammenfassung</u>                                                                                           | 140   |
| Lebenslauf                                                                                                       | 143   |

## 1. EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Die Isotopieverschiebung (ISV) in den Spektrallinien der Atome und die daraus abgeleitete ISV der an den Übergängen beteiligten Terme kann wichtige Aufschlüsse über den Aufbau der Elektronenhülle und über Änderungen der Kernstruktur von Isotop zu Isotop geben. Änderungen der Ausdehnung und der Gestalt des Atomkernes bewirken eine Energieverschiebung der Terme der Hülle. Daher ist eine große Zahl von Untersuchungen über die ISV durchgeführt worden (siehe z.B. (/Ko 56/)) mit dem Ziel, charakteristische Züge über das Verhalten der Kerne beim Einbau von Neutronen herauslesen zu können. Dieses Ziel wurde bisher nur unvollständig erreicht, da bei Elementen mit vielen Leuchtelektronen die quantitative Beschreibung der ISV nur ungenau möglich ist und besonders, weil das Beobachtungsmaterial doch noch sehr lückenhaft ist. Dies hat im wesentlichen zwei Gründe:

Zunächst begrenzen meßtechnische Schwierigkeiten die Untersuchungen der ISV. Bisher gibt es noch kein Meßverfahren, dessen Genauigkeit mit der der Radiofrequenzspektroskopie vergleichbar wäre. Die Anwendung der RF-Spektroskopie ist jedoch nicht möglich, weil mit ihr nur Termabstände innerhalb eines Atoms gemessen werden können, bei der Messung der ISV aber Termabstände verschiedener Atome bestimmt werden müssen. Die Genauigkeit der fast ausschließlich verwendeten optischen Untersuchungsmethoden ist begrenzt durch das Auflösungsvermögen der Interferometer und die Linienbreite der Übergänge. Infolgedessen wurden bisher Messungen bevorzugt in den Gebieten des periodischen Systems durchgeführt, in denen die Größe der ISV vergleichbar mit der der Linienbreite ist.

Der zweite Grund für die noch sehr lückenhaften Kenntnisse von ISV-Daten ist kernphysikalischer Natur. Elemente mit ungerader Protonenzahl  $Z$  haben wesentlich

weniger stabile Isotope als solche mit geradem  $Z$ . Während die "geraden Elemente", also die Elemente mit gradzahligem  $Z$ , bis zu 10 stabile Isotope besitzen, findet man bei ungeraden Elementen höchstens 2 stabile Isotope. Entsprechendes gilt auch für die Neutronenzahl  $N$ . Kerne, die sowohl ein ungerades  $Z$  als auch ein ungerades  $N$  haben, sind ausnahmslos radioaktiv, falls  $N > 7$  und  $Z > 7$ . Die Paarungsenergie der Nukleonen bewirkt dieses Verhalten; diese Kerne sind in noch stärkerem Maße als die  $g-u$  und  $u-g$  Kerne gegenüber den doppelt geraden ( $g-g$ ) Kernen benachteiligt.

Dieser Sachverhalt drückt sich auch in der Anzahl der bekannten Daten von Isotopieverschiebungen aus. Es gibt wesentlich mehr Messungen an  $g-g$  Kernen als an  $g-u$  bzw.  $u-g$  Kernen. Die ersten Messungen an  $u-u$  Kernen wurden sogar erst 1961 durchgeführt. (/HS 61).

Von kernphysikalischem Interesse ist besonders, wie sich die ISV beim Einbau von mehreren Neutronen in den Kern ändert. Wenn man sich auf die Untersuchung stabiler Isotope beschränken muß, sind solche Messungen aber nach dem oben gesagten überhaupt nur an geraden Elementen durchführbar. Entsprechende Messungen an ungeraden Elementen erfordern in jedem Falle die Untersuchung radioaktiver Nuklide.

Aus dem bisherigen Material über die ISV lassen sich gewisse Regelmäßigkeiten ablesen. Die ISV hat einen massenabhängigen und einen kernvolumenabhängigen Anteil. Der erstere, hervorgerufen durch den Bohrschen Mitbewegungseffekt des Kernes, dessen Masse nicht beliebig groß gegenüber der Elektronenmasse ist (normaler Effekt), eventuell noch verstärkt oder auch reduziert durch den Kopplungseffekt der Elektronen untereinander (spezifischer Effekt), macht sich im wesentlichen bei den leichten Elementen bemerkbar. Der kernphysikalisch

interessante zweite Teil, der Volumeneffekt (VE) ist nur bei Elementen mit großer Nukleonenzahl und damit großen Kernvolumen ein auffälliger Effekt. Bei Elementen mittlerer Nukleonenzahl sind beide Anteile der ISV klein und ihre Messung daher mit Schwierigkeiten verbunden.

Der VE kann wieder aus zwei Anteilen zusammengesetzt gedacht werden. Zunächst zeigen Isotope, deren Atomkerne bei gleicher Kernladungsdichte *v e r s c h i e d e n e* *D e f o r m a t i o n* haben, einen VE. Da unterschiedliche Kerndeformationen gleichbedeutend mit unterschiedlichen inneren Quadrupolmomenten (intrinsic quadrupole moments) sind, nennt man diesen Anteil des VE den Quadrupolanteil des VE ( $VE_q$ ). Das innere Quadrupolmoment ist bei vielen Kernen so groß, daß der  $VE_q$  dominiert. (Brix, Kopfermann (/BK 49/)). Eine Messung des VE gibt daher bei deformierten Kernen nur Auskunft über Änderungen des inneren Quadrupolmoments von Isotop zu Isotop. Das ist besonders bei Kernen mit einer Kerndrehimpulsquantenzahl  $I \leq 1$  von Interesse, da an diesen Kernen das Quadrupolmoment nicht durch Untersuchung der Hyperfeinstruktur (HFS) von Spektrallinien bestimmt werden kann. (Theorie zu dem  $VE_q$  siehe Meligy (/Me 59/), (/MeTW 60/) oder Ionescu-Pallas (/Ip 61/)).

Der zweite, historisch länger bekannte Anteil des VE wird durch *Ä n d e r u n g* *d e s* *K e r n v o l u -* *m e n s* hervorgerufen. In ihm zeigen sich Änderungen des Radius der Kernladung und der Dicke der Oberflächenschicht, also der Schicht, in der die Ladungsdichte vom Wert des Kerninneren auf Null geht.

Nur an relativ wenigen Elementen kann der Volumenanteil  $VE_{vol}$  fast ungestört von  $VE_q$  bestimmt werden. Diese Elemente gruppieren sich um die magischen Nukleonenzahlen  $N = 82$ ,  $Z = 82$  und  $N = 126$ . In eine Gruppe gehören

die Elemente Gold bis Wismut ( $Z = 79 \dots 83$ ,  $N = 118 \dots 126$ ) mit großem VE, in eine zweite die leichteren Elemente Xenon bis Neodym und die leichteren Isotope von Prometium und Samarium ( $N = 74 \dots 86$ ) mit wesentlich kleinerem VE.

Der  $VE_{Vol}$  bewirkt im allgemeinen, daß die Schwerpunkte der oft durch HFS aufgespaltenen Spektrallinien (im folgenden Isotopenlagen genannt) von Isotop zu Isotop um etwa einen gleichen Energiebetrag gegeneinander verschoben sind. Dieses Verhalten der Isotopenlagen ist zu erwarten, wenn die Nukleonendichte aller Isotopen Kerne gleich ist und die Ladung in allen Kernen gleichartig verteilt ist (z.B. Trapezverteilung, siehe Abschnitt 5.2).

Messungen am Blei (/BBHK 52/), Cer (/BF 50/), (/Ar 54/), (/Ch 65/) und Strontium (/He 61/) zeigen jedoch, daß dieses einfache Modell nicht richtig ist. Der  $VE_{Vol}$  wird, wenn nach Überschreiten einer magischen Neutronenzahl eine neue Schale aufgefüllt wird, sprunghaft größer. Jackson und Duong (/JD 66/) konnten sogar eindeutig zeigen, daß der Gang der VE schon vor der magischen Zahl  $N = 82$  anfängt unregelmäßig zu werden. Beim Barium (Ba)  $Z = 56$  ist für die Isotopenpaare 130-132, 132-134, 134-136 und 135-137 der VE etwa gleich groß, für 136-138 dagegen dreimal so groß. Eine Messung von Koch und Rassmussen am Xenon (Xe)  $Z = 54$  schien schon früher auf diese Unregelmäßigkeit hinzuweisen (/KR 50/), war aber damals nicht beachtet worden. An einem u n g e r a d e n Element ist dieser Sprung in der Größe des VE bisher noch nicht gemessen worden.

Eine weitere, häufig beobachtete Unregelmäßigkeit im Gang des VE ist die sogenannte "odd-even-staggering". Bei fast allen schwereren Elementen mit geradem  $Z$  zeigt sich, daß die Isotopenlage eines ungeraden Isotopes mit damit ungerader Neutronenzahl nicht gleichweit von den Lagen der beiden benachbarten geradzahligen Isotope

entfernt ist, sondern in Richtung des leichteren Isotopes verschoben ist. Eine Messung von Stroke (/HS 61/) am Thallium, einem ungeraden Element, ergab dagegen, daß dort die Kerne mit gerader Nukleonenzahl (d.h. ebenfalls ungerader Neutronenzahl) die entsprechende Verschiebung der Isotopenlagen zeigen. Daraus ist zu schließen, daß die odd-even-staggering von der Neutronenzahl abhängig ist, obwohl die Protonenverteilung im Kern den VE bewirkt.

Auch in bezug auf die odd-even-staggering zeigt das Barium ( $Z = 56$ ,  $N = 74 \dots 82$ ) eine unerwartete Unregelmäßigkeit. Die staggering ist so groß, daß die Aufeinanderfolge der Isotopenlagen nicht mehr der Folge der Massenzahlen entspricht. Auch dieses zeigt, daß die Kerne in der Nähe einer magischen Neutronenzahl ( $N = 82$ ) besonders geeignet sind, Feinheiten im Gang des VE zu zeigen. Da überdies die Gründe für die odd-even-staggering noch nicht verstanden sind<sup>+</sup>), sollten die Untersuchungen auch auf ein ungerades Element mit  $N \approx 82$  ausgedehnt werden.

+) Breit, Arfken und Clendenin (/BAC 50/) vermuten, daß eine Polarisation des Kernes der Grund sein könnte. In den g-g Kernen liegen die angeregten Zustände im allgemeinen höher als in den u-g und g-u Kernen oder gar in den u-u Kernen, so daß sie weniger leicht durch umlaufende Elektronen polarisiert werden können.

Weiterhin kann man vermuten, daß ein lockergebundenes, ungepaartes Neutron die Ladungsverteilung eines Kernes weniger als  $1/2$  mal so stark aufblähen kann wie zwei gepaarte, festgebundene Neutronen. Damit läßt sich allerdings keine Vertauschung der Isotopenlagen erklären. Sorensen (/So 66/) berechnete, daß ein Kern mit ungerader Neutronenzahl infolge der Paarungswchselwirkung einen etwas kleineren Radius und eine kleinere Deformation haben sollte als ein Kern mit gerader Neutronenzahl. Aber auch er kann nur eine Verschiebung der Isotopenlage um etwa 20 % erklären, jedoch keine Vertauschung. Darüberhinaus stehen die am Cs gemessenen Quadrupolmomente im Widerspruch zu seinen Rechnungen.

Somit sprachen zwei Gründe dafür, den VE eines ungeraden Elementes in der Nähe der magischen Zahl  $N = 82$  zu studieren. Von den vier in Frage kommenden Elementen (Caesium, Lanthan, Praseodym und Prometium) hat nur Caesium vier Isotope, die erstens eine genügend lange Halbwertszeit haben (oder stabil sind) und die sich zweitens im Reaktor, also in größeren Mengen, gewinnen lassen. Cs ( $Z = 55$ ) liegt gerade zwischen Xe ( $Z = 54$ ) und Ba ( $Z = 56$ ), an denen der oben erwähnte Sprung im VE gemessen wurde, und hat einen u-u Kern (Cs 134,  $N = 79$ ), dessen staggering mit der bekannten staggering von Ba 135 ( $N = 79$ ) verglichen werden kann.

Weiterhin ist das Spektrum von Cs besonders einfach aufgebaut und die HFS recht gut untersucht. Die Kernmomente waren bis auf das Quadrupolmoment von Cs 134 zu Beginn der Arbeit bekannt. Das von Cs 134 wurde inzwischen ebenfalls radiofrequenz-spektroskopisch gemessen, allerdings an einem anderen Term, als an dem wir es interferenz-spektroskopisch bestimmen konnten. Somit läßt sich  $VE_Q$  berechnen und damit  $VE_{Vol}$  aus dem Experiment gewinnen.

Die meßtechnischen Schwierigkeiten, die bisher die erfolgreiche Untersuchung der ISV von Cs verhindert hatten, konnten überwunden werden. Ein Isotopentrenner, der speziell zur Trennung von radioaktiven Alkaliisotopen eingerichtet worden war, stand zur Verfügung und ermöglichte erst einen Teil der durchgeführten Experimente.

Weiterhin wurde von uns ein Auswertverfahren entwickelt, das mit Hilfe von Digitalrechnern eine bisher nicht erreichte Genauigkeit in der Auswertung von HFS-Untersuchungen ermöglicht. Es gelang damit, die erwarteten kleinen Isotopieverschiebungen mit sehr kleinen Fehlergrenzen zu bestimmen.

## 2. EXPERIMENTELLE EINZELHEITEN

### 2.1 Wahl der untersuchten Spektrallinien

Messungen des Volumeneffektes der Isotopieverschiebung können nur an solchen Übergängen durchgeführt werden, an denen s-Elektronen beteiligt sind, da nur diese eine ausreichende Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort besitzen.

Im Cs-I-Spektrum kommen alle Übergänge, die zu dem  $6s^2S_{1/2}$  Grundzustand gehen (vgl. Figur 1), also insbesondere die ultraroten Resonanzlinien  $6p^2P_{3/2,1/2}-6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8521, 8943 \text{ \AA}$  und die blauen Linien  $7p^2P_{3/2,1/2}-6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 4555, 4592 \text{ \AA}$ , für die Messung des VE der ISV in Frage. Aus drei Gründen wählten wir zur Untersuchung der ISV ausschließlich die ultraroten Übergänge:

Zunächst stand von Anfang an fest, daß mit radioaktiven Substanzen gearbeitet werden mußte, da nur Cs 133 stabil ist (vgl. Tabelle 1).

T a b e l l e 1

Übersicht über die Eigenschaften der langlebigsten Caesiumisotope

| Nukleonenzahl       | 133                             | 134                              | 135                      | 137                |
|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------|--------------------|
| Drehimpuls/ $\hbar$ | 7/2                             | 4                                | 7/2                      | 7/2                |
| Halbwertszeit       | $\infty$                        | 2.1a                             | $3 \cdot 10^6 \text{ a}$ | 30a                |
| radioakt. Strahlung | -                               | $\beta, \gamma$                  | $\beta$                  | $\beta, \gamma$    |
| Herstellung         | nat.Vork.<br>U(n, $\emptyset$ ) | Cs <sup>133</sup> (n, $\gamma$ ) | U(n, $\emptyset$ )       | U(n, $\emptyset$ ) |

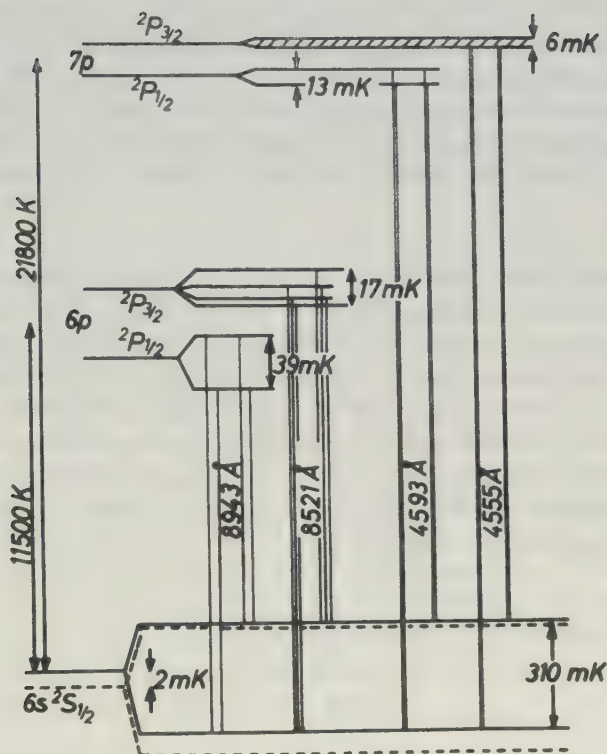
Um die Strahlenbelastung des Experimentators und die radioaktive Verseuchung der Apparaturen weitgehend einzuschränken, mußten die Caesiummengen möglichst klein gehalten werden, eine Bedingung, die nur bei Wahl der intensivsten Spektrallinien befriedigend erfüllt werden konnte. Vorversuche hatten nämlich gezeigt, daß in einer

Hohlkathode nur die ultraroten Resonanzlinien bei Verwendung kleiner Substanzmengen und kleiner Entladungsströme stark genug angeregt werden, um HFS-Registrierungen zu ermöglichen. Obwohl die als Nachweisgerät dienenden Photomultiplier im blauen Spektralbereich um etwa eine Zehnerpotenz empfindlicher sind als im ultraroten, waren die Meßsignale der blauen Übergänge wesentlich schwächer als die der Resonanzlinien.

Weiterhin war in Analogie zum Barium zu erwarten, daß die ISV des Cs klein sein, d. h.  $5 \text{ mK}^{+)$  nicht übersteigen würde. Um zuverlässige, also auf  $1/10 \text{ mK}$  genaue Messungen machen zu können, mußte daher die Dopplerverbreiterung so niedrig wie möglich gehalten werden. Überschlagsrechnungen ergaben (siehe Abschnitt 2.5), daß man in einer mit flüssigem Stickstoff gekühlten Hohlkathode bei kleinen Entladungsstromstärken für die ultraroten Cs-Linien mit einer Dopplerbreite von  $8 \text{ mK}$ , dagegen für die blauen mit einer Dopplerbreite von  $16 \text{ mK}$  zu rechnen hat. Die später gemessenen Breiten bestätigten diese Abschätzung.

Der dritte Grund für die Wahl der ultraroten Linien ist aus Figur 1 ersichtlich. Da alle Caesiumisotope Kernmomente haben, spalten alle Terme, zwischen denen die in Frage kommenden Übergänge stattfinden, in (zwei oder vier) HFS-Terme auf. Diese Aufspaltung ist jedoch nur bei dem  $6s^2S_{1/2}$  Grundzustand mit etwa  $310 \text{ mK}$  und beim  $6p^2P_{1/2}$  Term mit  $39 \text{ mK}$  groß gegenüber der Dopplerbreite. Lediglich die HFS des  $6P_{1/2}-6S_{1/2}$  Überganges ( $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ ) ist voll aufgelöst und damit gut zu vermessen; somit ist auch nur an dieser Linie der Schwerpunkt (die Isotopenlage) gut bestimmbar.

+)  $1 \text{ K} \approx 1 \text{ cm}^{-1}$ ; bei der Wellenlänge der Cs-Resonanzlinien entspricht  $1 \text{ mK}$  etwa  $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}$ .



**Figur 1** Ausschnitt aus dem Caesium I Termschema mit der Hyperfeinstruktur der Terme  $6s^2S_{1/2}$ ;  $6,7p^2P_{1/2,3/2}$  und der entsprechenden Übergänge (nicht maßstäblich). Die Term-aufspaltungen und -abstände sowie die Wellenlängen der Übergänge sind angegeben (Literaturwerte). Bei dem Grundzustand  $6s^2S_{1/2}$  bezieht sich die ausgezogene Linie auf ein schwereres und die gestrichelte Linie auf ein leichteres Isotop (schematisch! 2 mK gibt nur die Größenordnung). Auf diese Weise wird die Verschiebung des Termschwerpunkts und die unterschiedliche HFS-Aufspaltung angedeutet.

Die Gesamtaufspaltung des  $6P_{3/2}$  Terms beträgt nur 17 mK, die des  $7P_{3/2}$  Terms sogar nur noch 6 mK. Die Bestimmung eines B-Faktors und damit des Quadrupolmomentes von Cs 134 aus einem Term der  $nP_{3/2}$  - Termleiter wird daher nur an dem Übergang  $6P_{3/2} - 6S_{1/2}$  ( $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ ) einige Aussicht auf Erfolg besitzen.

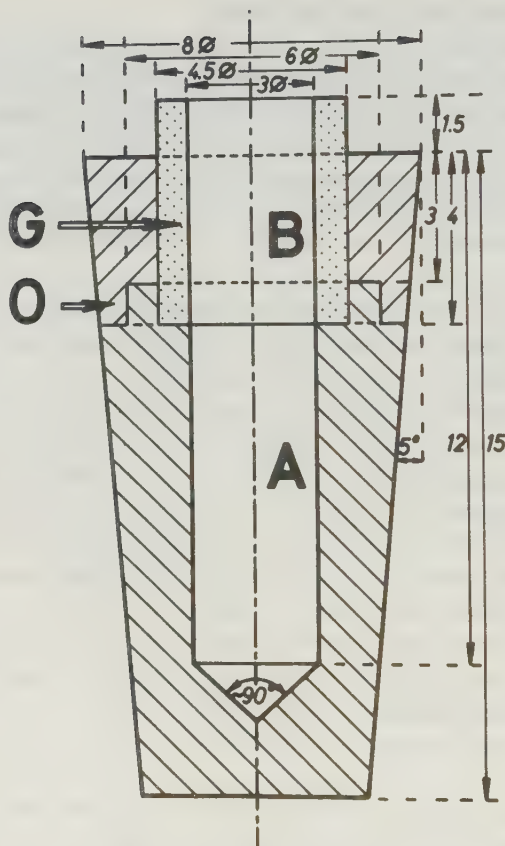
Ein Grund, der für die Untersuchung der blauen Übergänge hätte sprechen können, erwies sich experimentell als nicht stichhaltig. Von allen Übergängen eines Spektrums neigen die Resonanzlinien als erste dazu, Selbstabsorption zu zeigen. Selbstabsorption hätte in unkontrollierbarer Weise die Intensitätsverhältnisse der HFS-Komponenten und deren Linienform verändern können und damit eine genauere Auswertung erschwert oder unmöglich gemacht. Sie wurde jedoch in keinem Falle beobachtet.

## 2.2 Anregung der Spektrallinien

Die Cs-Resonanzlinien wurden in einer Hohlkathode angeregt. Für die Verwendung von Hohlkathoden sprach einmal, daß selbst bei kleinen Substanzmengen die Spektrallinien ausreichend stark angeregt werden. Zum anderen ist es hier möglich, durch Kühlung mit flüssigem Stickstoff die Dopplerbreite der Linien sehr stark zu verringern.

Eine starke Anregung der Resonanzlinien findet zwar auch in einer Hochfrequenzentladung statt, nur muß hier die Temperatur des Entladungsgefäßes so hoch sein, daß sich ein ausreichend hoher Dampfdruck des Cs einstellt: Dazu sind etwa  $350^{\circ}\text{K}$  nötig, während die Temperatur des Gases in einer Hohlkathode bei kleinen Entladungsstromstärken etwas über  $100^{\circ}\text{K}$  liegt, falls man mit flüss. Stickstoff kühlt (/Hu63/). Viel geringere Linienbreiten, die Temperaturen von nur 1 bis  $10^{\circ}\text{K}$  entsprechen, würde man bei Verwendung eines Atomstrahls erhalten. Doch sind zur Erzielung ausreichend langer Meßzeiten Substanzmengen von einigen Milligramm nötig, wogegen in einer Hohlkathodenentladung schon mit 5 bis  $50\text{ }\mu\text{g}$  einige Stunden lang gemessen werden konnte.

Die übliche Form der Hohlkathode wurde von uns modifiziert, um das Einbringen des Cs zu erleichtern und das Herausdampfen während des Betriebs und damit eine radioaktive Verseuchung der Meßapparatur weitgehend zu verhindern. In Figur 2 ist die verwendete Hohlkathode abgebildet. Die Anregung der Resonanzlinien erfolgt im Raum A, an dessen Wandung sich das Caesium befindet. Aus dem Raum A herausdiffundierendes Cs schlägt sich zu etwa 90 % auf dem Glasring G nieder, wie Aktivitätsmessungen des Ringes und der übrigen Meßapparatur ergaben. Von dem Glasring wird das Cs nicht wieder losgerissen, da in dem Raum B keine Hohlkathodenentladung brennt. Der Ring dient außerdem als Abstandsstück für



Figur 2 Schnitt durch die Hohlkathode

A: Bohrung, Ort der Hohlkathodenentladung und der Anregung der Cs Übergänge

G: Isolierender Glasring, gleichzeitig Auffänger für das aus A herausdiffundierende radioaktive Caesium und Abstandsstück für die Anode.

B: Entladungsfreier Raum

O: Abnehmbarer Oberteil der Hohlkathode

Material der Hohlkathode: Reinstkupfer.

die Anode. Der obere Teil O der Hohlkathode ist abnehmbar, um die Präparation und Füllung der Hohlkathode (im Massentrenner; siehe Abschnitt 2.3) zu erleichtern. Als Trägergas für die Entladung diente Helium. Die üblichen Entladungsbedingungen waren:

|             |             |
|-------------|-------------|
| He-Druck    | 2 Torr      |
| HK-Spannung | 175...210 V |
| HK-Strom    | 5...10 mA   |

Vorversuche zeigten, daß die Anregung in Neon zwar wesentlich besser ist. Der Abbrand des Cs war aber so hoch, daß keine ausreichend langen Meßzeiten erreicht werden konnten.

### 2.3 Füllung der Hohlkathoden mit Caesium

Caesium kann als chemisch aktivstes Metall aus wässriger Lösung durch Fällung oder Elektrolyse nicht abgeschieden werden. Auch die Ausfällung in Form von Salzen ist wegen der Leichtlöslichkeit der Cs-Salze problematisch. Die zusätzlichen Schwierigkeiten, die wegen der hohen Radioaktivitäten auftreten - eine zu 10  $\mu\text{g}$  angenommene Füllung der Hohlkathode mit Cs 134 entspricht einer Aktivität von 12 mCi - ließen uns von jeder chemischen Aufarbeitung und Füllung von Hohlkathoden (HK) Abstand nehmen.

Das Füllen der HK mit Cs erfolgte in einem Massentrenner. Dieser Massentrenner wurde, da von Anfang an geplant war, die zu untersuchenden Cs-Isotope zu trennen oder anzureichern, speziell zur Trennung radioaktiver Alkaliisotope eingerichtet (Dissertation H. Wagner (/Wa 67/)). Er besitzt eine hohe Gesamt-Ausbeute, um die radioaktive Verseuchung möglichst einzuschränken. An zwei Stellen kann eine Hohlkathode als Auffänger für die Alkaliionen eingebaut werden.

Die erste Stelle befindet sich direkt hinter der Ionenquelle, also v o r dem massentrennenden Magnetfeld. Somit werden dort a l l e Ionen, die aus der Ionenquelle austreten, wiederaufgefangen. Das sind nicht nur die Cs-Isotope mit unverändertem Mischungsverhältnis, sondern auch Fremdkalium (die in der HK nicht stören, da keine Spektrallinien anderer Alkalien mit den Cs-Resonanzlinien zusammenfallen) und wahrscheinlich auch Crackprodukte von Pumpölen der Vakuumpumpen. Die Ionenquelle dient somit nur als Instrument zum Reduzieren der Cs-Verbindungen und Füllen der HK.

Die Cs-Ionen treten aus der Ionenquelle, die eine Ausbeute von mehr als 80 % hat, mit einer Energie von

20 keV durch ein Pierce-System gebündelt aus. Da der Bündeldurchmesser im sogenannten Overcross (optisch = Pupille) ca. 1 mm beträgt, können die Ionen, ohne daß noch irgendeine weitere Fokussierung nötig wäre, direkt auf den Boden der HK geschossen werden (der Durchmesser der HK-Bohrung beträgt 3 mm). Das Cs verteilt sich infolge Kathodenzerstäubung in der gesamten Bohrung, ohne aber infolge des kleinen Raumwinkels der Öffnung in nennenswertem Maße wieder aus der HK zu entweichen.

Auf diese Weise präparierte Hohlkathoden wurden bei allen Vorversuchen am stabilen Cs 133 und auch bei Messungen der ISV an Spaltcaesium verwendet (Versuch 9 bis 11, Tabelle 2).

Die zweite Stelle, an die im Trenner eine HK zum Auffang der Cs-Ionen gebracht werden kann, befindet sich hinter dem Magnetfeld. Hier werden also im Gegensatz zur ersten Stelle nur Ionen einer einzigen Masse aufgefangen.

Da der Trenner keine magnetische Punktfokussierung besitzt, eine Punktfokussierung aber nötig ist, um die Ionen mit hoher Wahrscheinlichkeit in der HK aufzufangen, wurde ein elektrostatisch z-fokussierendes Linsensystem verwendet (/Wa 67/), (/HüW 66/), (/Ba 66/). Die Ionen werden bei der Fokussierung auf eine Energie von 500...800 eV retardiert und fallen mit dieser Energie, die also wesentlich geringer ist als die 20 keV an der ersten Auffangstelle, in die HK ein. Da das Ionenbündel stark divergiert, bestand die Gefahr, daß sich ein Großteil des Cs in dem oberen Bereich der HK niederschlagen würde, in dem keine Entladung brennt. Aus diesem Grunde wurde, wie schon in Abschnitt 2.2 beschrieben, dieser obere Teil der HK abnehmbar gemacht.

Langsame Wanderungen des Ionenstrahls werden mit einem Doppelstrahltester festgestellt und über das Magnetfeld

wegeregelt. Auf diese Weise wird der Ionenstrahl immer von der HK aufgefangen. Durch einfaches Verstellen des Strahl-tasters ist es möglich, Ionen verschiedener Masse in die HK zu leiten. Damit ist es aber auch möglich, Isotopengemische beliebiger Zusammensetzung herzustellen.

Es muß hervorgehoben werden, daß der Massentrenner in keinem Falle zur Trennung, sondern ausschließlich zur Herstellung von Isotopen gemischen vorgegebenen bzw. erwünschten Mischungsverhältnisses verwendet wurde. Das Mischungsverhältnis wurde so gewählt, daß die Auswertung der HFS mit der größtmöglichen Genauigkeit erfolgen konnte (Versuch 12 bis 15).

Die optische Anregbarkeit der Cs-Linien in einer HK ist recht unterschiedlich:

Tropft man mehrere 100  $\mu\text{g}$   $\text{Cs}_2\text{SO}_4$  als Lösung in die HK und trocknet die Lösung ein, so ist die Anregung der Cs-Resonanzlinien in Fe nicht ausreichend, HFS-Untersuchungen durchzuführen.

Füllt man die HK mit Hilfe der Ionenquelle, aber ohne den Separator, so genügen einige 10  $\mu\text{g}$  Cs, um die Resonanzlinien ausreichend stark anzuregen.

Benützt man dagegen den Trenner zur Füllung der HK, so können selbst mit 5  $\mu\text{g}$  Cs gute Messungen durchgeführt werden.

Wir vermuten, daß die Unterschiede in der Anregbarkeit ausschließlich chemische Gründe haben. Es scheint, daß Verbindungen von Cs ungeeignet sind zur Anregung der Cs-Resonanzlinien in HK und daß selbst die Anwesenheit von Spuren von Crackprodukten die Anregung verschlechtert. (In beiden Fällen dürften Radikale die Elektronenenergie auf niedrige Werte begrenzen.) Die unter-

schiedliche Einschußenergie der Ionen dürfte dagegen nur einen kleinen Einfluß haben. Selbst bei 20 keV Ionenenergie ist die mittlere Eindringtiefe von Cs in Cu so gering, daß nur ein verschwindender Anteil des Cs im Metallinneren sitzt und nicht an der Oberfläche.

Die HK wird nach dem Füllen aus dem Trenner ausgebaut und der atmosphärischen Luft ausgesetzt. Dabei oxidiert das metallische Cs, sofern das nicht schon im Trenner geschieht. Vorversuche hatten nämlich ergeben, daß Cs-Metall im Gegensatz zu oxidiertem Cs wesentlich schneller abbrennt und dadurch längerdauernde Messungen unmöglich macht.

## 2.4 Registrierung der Hyperfeinstrukturen

Die Hyperfeinstrukturen wurden mit einer bereits früher entwickelten Variante (/Hü 63/) eines photo-elektrisch registrierenden PF nach Jaquinot (/JDu 48/), (/BCCJ 52/) aufgelöst. Die Platten des PF waren mit einer Silberschicht oder mit dielektrischen Schichten verspiegelt. Als Vorzerleger diente ein Steinheil-Universalspektrograph mit Gitterausrüstung.

Ein konstanter Stickstoffeinlaß in das zuvor evakuierte Interferometergehäuse bewirkt eine zeitproportionale Vergrößerung des optischen Weges zwischen den Interferometerplatten und damit ein entsprechendes Quellen der Interferenzringe. Das Interferenzringsystem wird auf eine Lochblende abgebildet, die sich an der Stelle des Spektrographenspaltes befindet. Das Zentrum des Ringsystemes wird ausgeblendet.

Nur wenn der optische Weg zwischen den Interferometerplatten gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge eines HFS-Komponente ist, kann das Licht dieser HFS-Komponente durch die Lochblende fallen, den Vorzerleger durchlaufen und über einen Lichtleiter aus Ultrasil (Plexiglas bewährt sich nicht wegen einer schwachen Absorption im Bereich zwischen 8000 und 9000 Å) einem ultrarotempfindlichen Photomultiplier (150 CVP) zugeführt werden. Dort wird es in einen dem einfallenden Licht proportionalen elektrischen Strom umgesetzt.

Der Photomultiplier muß mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden, um den Dunkelstrom von  $2 \cdot 10^{-6}$  A bei  $20^{\circ}\text{C}$  und 1400 V Betriebsspannung auf  $2 \cdot 10^{-11}$  A zu senken. Er befindet sich deswegen in einem wärmeisolierten und lichtdichten Gefäß, das das Nachfüllen vom Kühlmittel gestattet.

Der Strom des Photomultipliers wird mit einem Gleichstromverstärker verstärkt, auf ein RC-Glied von 1...5s gegeben und von einem Kompensationsschreiber aufgezeichnet. Gleichzeitig wird er in äquidistanten Zeitabschnitten (im allgemeinen 1 s) mit einem Digitalvoltmeter gemessen und auf Lochstreifen ausgegeben. Die endgültige Auswertung der Registrierungen erfolgt ausschließlich mit den auf Lochstreifen vorliegenden Meßwerten. Einzelheiten über die Auswertung gibt Abschnitt 3.1 und 3.2.

## 2.5 Wahl des Dispersionsgebietes des Interferometers

Das Auflösungsvermögen eines Interferometers (Gitter-Spektralapparat, Fabry-Perot-Interferometer) ist

$$A = \frac{\nu}{\delta\nu} = n \cdot \frac{S}{\lambda}$$

woraus der auflösbare Wellenzahlabstand resultiert

$$\delta\nu = \frac{1}{nS}$$

Das Auflösungsvermögen  $A$  ist groß, das heißt, das gerade noch auflösbare  $\delta\nu$  ist besonders klein, wenn der Gangunterschied  $S$  und die Anzahl  $n$  der interferierenden Bündel möglichst groß ist. Beim Perot-Fabry Interferometer (PF) ist die effektive Zahl der interferierenden Bündel nur von dem Reflektionsvermögen der Spiegel abhängig. Der Gangunterschied  $S = 2d$  und damit auch das Auflösungsvermögen  $A$  wachsen mit dem Spiegelabstand.

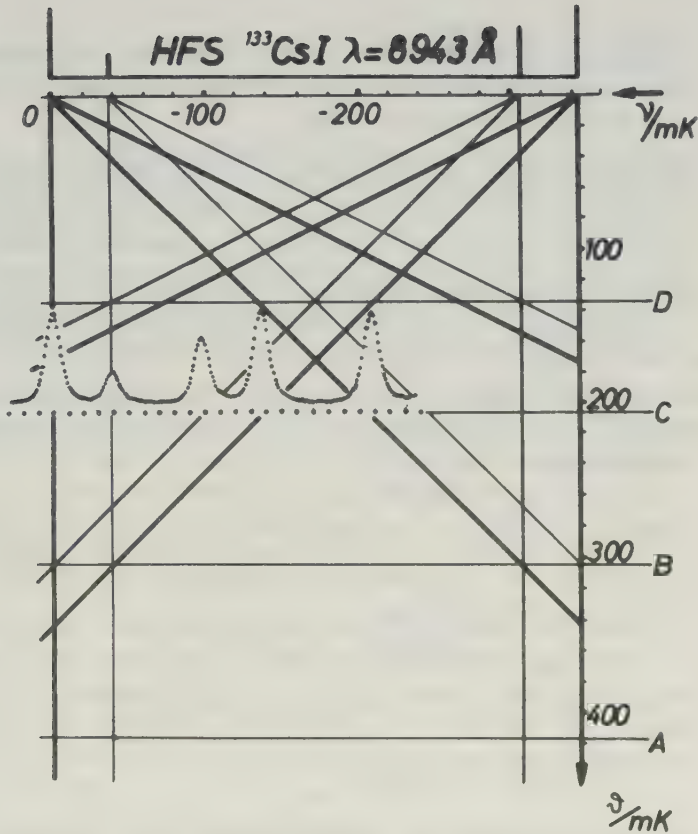
Auf der anderen Seite gilt für das Dispersionsgebiet  $\mathcal{V}$  die Gleichung

$$\mathcal{V} = 1/S = 1/2d$$

Hohes Auflösungsvermögen ist also mit einem kleinen Dispersionsgebiet verbunden. Bei der Untersuchung der Cs-Resonanzlinien bedeutet das, daß für  $d > 15$  mm das Dispersionsgebiet  $\mathcal{V}$  kleiner als die HFS-Aufspaltung wird. Die Interferenzen verschiedener Ordnungen schieben sich dann mehr oder minder unübersichtlich ineinander.

Ein von uns entworfenes Diagramm ermöglicht es, zu jeder Größe von  $\mathcal{V}$  mühelos die sich ergebende Interferenzstruktur abzulesen.

Man trägt die Wellenzahlen  $\nu$  der HFS-Komponenten eines Überganges gegen das Dispersionsgebiet  $\mathcal{V}$  auf. In Figur 3 ist das für die vier HFS-Komponenten der Cs-Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  durchgeführt. Die Lage  $y_{i,k} = \nu_i$  der  $i$ -ten HFS-Komponente, gemessen in  $k$ -ter Interferenzordnung, ist unabhängig von dem frei wählbaren  $\mathcal{V}$ .



Figur 3 Interferenzstrukturdiagramm der  $^{133}\text{Cs}$  I Linie,  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  mit ausgewählten Dispersionsgebieten (A, B, C und D). Bei C wurde eine mit einem Dispersionsgebiet  $\nu = 208 \text{ mK}$  gemessene HFS eingezeichnet. Die Strichbreite im Diagramm und die Strichlänge der HFS-Komponenten an der Abszisse entsprechen den unterschiedlichen relativen Übergangswahrscheinlichkeiten.

Somit ist  $\frac{dy_{ik}}{d\vartheta} = 0$

Die HFS der k-ten Interferenzordnung wird durch Parallelen zur  $\vartheta$ -Achse dargestellt.

In Figur 3 sind zur Verdeutlichung die HFS-Komponenten nebeneinander gezeichnet, damit ist die  $\vartheta$ -Achse senkrecht und die Ordinate wagerecht aufgetragen. Somit sind die  $y_{i,k}(\vartheta)$  senkrechte Geraden. Sie wurden entsprechend der unterschiedlichen relativen Intensitäten der HFS-Komponenten verschieden stark gezeichnet.

Die Interferenzstruktur in  $(k \pm \alpha)$ -ter Interferenzordnung ist gegen die Struktur in k-ter Ordnung um  $\mp \alpha \vartheta$  verschoben.

$$y_{i,k \pm \alpha} = y_{i,k} \mp \alpha \vartheta = y_i \mp \alpha \vartheta$$

Zeichnet man auch die Orte  $y_{i,k \pm \alpha}$  in das Diagramm ein, so liegen diese auf Geraden, die bei  $\vartheta=0$  alle durch  $y_i$  gehen und die Steigung

$$y'_{i,k \pm \alpha} = \frac{d(y_{i,k \pm \alpha})}{d\vartheta} = \mp \alpha$$

haben. In Figur 3, wo  $\vartheta$  gegen  $y$  aufgetragen ist, ist also

$$\frac{d\vartheta}{d(y_{i,k \pm \alpha})} = \mp \frac{1}{\alpha}$$

In Figur 3 wurden zur Verdeutlichung noch 4  $\vartheta$ -Werte, nämlich  $\vartheta = A, B, C$  und  $D$  besonders bezeichnet:

In A ist  $\vartheta > \Delta\nu$ , somit sind die HFS verschiedener Ordnung nicht ineinander verschachtelt.

In B ist  $\vartheta = \Delta\nu$ . Hier fallen die energiereichen, kurzwelligen HFS-Komponenten in k-ter Ordnung mit den langwelligen Komponenten in  $(k-1)$ -ter Ordnung zusammen. Entsprechendes gilt für die langwelligen in k-ter Ordnung und den kurzwelligen in  $(k+1)$ -ter Ordnung.

In C sind die HFS Komponenten verschiedener Interferenzordnung ineinandergeschoben. Der Deutlichkeit halber

wurde eine gemessene HFS von Cs 133 in das Diagramm einkopiert.

In D ist die Verschachtelung noch stärker. Zusätzlich wurden die beiden schwachen HFS-Komponenten aufeinandergelegt.

An Hand dieses Diagrammes lassen sich die zur Untersuchung der Cs-Isotope optimalen Dispersionsgebiete leicht angeben. Gewünscht wird ein möglichst großes Auflösungsvermögen, also ein möglichst kleines  $\mathcal{V}$ . Es ist auf der anderen Seite nicht sinnvoll, den minimal auflösbaren Abstand  $\delta\mathcal{V}$  kleiner als die Dopplerbreite der Spektrallinien zu machen<sup>+</sup>), oder die HFS-Komponenten so dicht aneinander zu schieben, daß sie sich weitgehend gegenseitig überlappen.

Die zweite Begrenzung ist im Fall der Untersuchung der Cs-Resonanzlinien die entscheidende. Will man alle 4 HFS-Komponenten frei nebeneinander liegen haben, so wird man nach Figur 3  $\mathcal{V}=A$  oder noch besser  $\mathcal{V}=C$  wählen. Alle Versuche mit Ausnahme von Versuch 10 wurden daher mit  $\mathcal{V}=200\dots 212$  mK durchgeführt<sup>++</sup>).

Verzichtet man darauf, alle 4 HFS-Komponenten frei liegen zu haben, so kann man bekanntlich die uninteressanten und schwachen Komponenten aufeinanderlegen und damit kleinere Dispersionsgebiete verwenden. In diesem

---

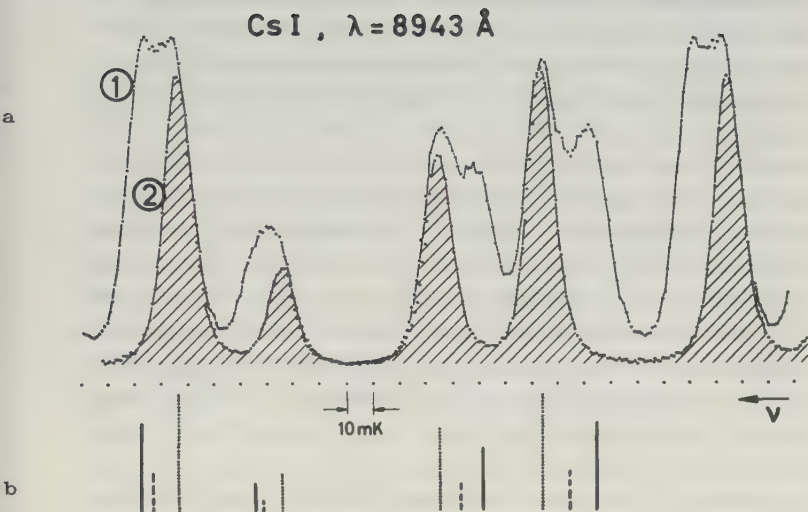
+) Es wurden Linienbreiten von 11 bis 14 mK Halbwertsbreite gemessen. Da nach früheren eigenen Untersuchungen (/Hü 63/) die Temperatur in der Hohlkathode ca. 125°K beträgt, berechnet sich für die Cs-Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  eine Dopplerbreite von 7,7 mK (/Ko 56, S. 77/). Damit kann auf eine Apparatebreite von 8...12 mK geschlossen werden (/Hü 63/). Diese wird im wesentlichen durch das Auflösungsvermögen des PF bestimmt. In unseren Experimenten hat die Dopplerbreite somit die Größenordnung des minimal auflösbaren Abstandes.

++) Das gleiche Dispersionsgebiet wurde z.B. von Kleiman (/Kl 62/) verwendet.

Fall ist  $\mathcal{V} = D$  das in Versuch 10 verwendete günstigste Dispersionsgebiet.

Obwohl die Auswahl der sinnvollen Dispersionsgebiete am Interferenzstruktur-Diagramm von Cs 133 getroffen wurde, treffen die gleichen Überlegungen auch für Cs 134, Cs 135 und Cs 137 zu, da deren Kerndrehimpulse und magnetische Momente gleich oder ähnlich denen von Cs 133 sind. Die HFS eines Gemisches von Cs 133, Cs 135 und Cs 137 ist in Figur 4 dargestellt.

Weiterhin muß berücksichtigt werden, daß während einer Registrierung sich der optische Weg zwischen den Interferenzplatten und damit auch das Dispersionsgebiet  $\mathcal{V}$  ändert. Die Änderungen sind nur klein, da sich die Brechzahl von Stickstoff selbst bei Atmosphärendruck ( $n = 1,0003$ ) nur sehr wenig von 1 unterscheidet. Bei der Berechnung von  $\mathcal{V}$  aus dem Plattenabstand  $d$  wurde ein mittleres  $n$  von  $(1 + \frac{1}{2} \cdot 0,0003)$  in Rechnung gesetzt. Die Abweichung des wahren optischen Weges vom so errechneten kann maximal 0.015 % betragen, sollte also bei der von uns erreichten Meßgenauigkeit bei großen HFS-Komponentenabständen ( $\Delta\mathcal{V} > 100 \text{ mK}$ ) noch gerade bemerkbar sein. Da aber in keinem Fall einzelne Interferenzordnungen ausgewertet wurden, sondern ausschließlich Mittelungen über viele Ordnungen, bei denen sich auch die Abweichungen der momentanen Dispersionsgebiete vom mittleren Dispersionsgebiet weitgehend wegmitteln, brauchte die Änderung des Dispersionsgebietes nicht berücksichtigt zu werden.



**Figur 4:** Gemittelte Meßwertkurve von Spaltcaesium, einem Gemisch von Cs 133, Cs 135 und Cs 137 (1) (Versuch 11) und reinem Caesium 133 (2) (Versuch 7)

Die Kurven in Figur 4a wurden so zusammenkopiert, daß die HFS-Komponenten von Caesium 133 in (1) mit denen von (2) in Lage und Intensität in etwa zusammenfallen. Die aus Kurve (1) errechneten Komponentenlagen sind in Figur 4b eingezeichnet:

Cs 133 ..... Cs 135 ----- Cs 137 ——— .

Die Strichbreite ist größer als die Unsicherheit in den Komponentenlagen.

In der Höhe der Striche spiegeln sich sowohl relative Übergangswahrscheinlichkeiten der HFS-Übergänge, als auch relative Häufigkeiten der Isotope wider.

## 2.6 Messung der ISV an Isotopengemischen

Es gibt im Prinzip zwei Möglichkeiten, ISV zu messen. Entweder regt man die Spektrallinie verschiedener Isotope in einer Lichtquelle an (oder mißt die Absorption verschiedener Isotope in einer Absorptionszelle) oder man führt Vergleichsmessungen an getrennten Isotopen mit verschiedenen Lichtquellen durch (bzw. mit verschiedenen Absorptionszellen). Zur zweiten Meßmethode gehören auch die Verfahren, bei denen von den zu vergleichenden Übergangsfrequenzen die eine in Emission und die andere in Absorption gemessen werden, indem z.B. durch Verwendung elektrischer oder magnetischer Felder die Übergangsfrequenzen des einen Isotops so stark verschoben werden, bis Absorption der Übergänge des anderen Isotops beobachtet werden kann (/MC 65/).

Das erste, ältere Meßverfahren liefert immer dann genaue Ergebnisse, wenn die ISV groß gegen die Linienbreite ist und die verschiedenen Isotope ähnliche Häufigkeit haben. Nach dieser Methode wurde auch der VE der ISV entdeckt (/SK 31/).

In manchen Fällen ist es auch möglich, nach dieser Meßmethode Verschiebungen zu messen, die klein sind gegenüber der Linienbreite. Dann ist allerdings nötig, daß die Spektrallinien von mindestens einem der zwei Isotope, zwischen denen die ISV bestimmt werden soll, eine HFS hat, deren Aufspaltung groß gegen die Linienbreite ist. Außerdem dürfen die HFS-Komponenten der beiden Isotope dann nicht zusammenfallen.

Das zweite Meßverfahren, bei dem getrennte Nuklide verwendet werden, war bisher in allen anderen Fällen das einzig mögliche. Es ist jedoch wesentlich komplizierter als das erste. Insbesondere muß darauf geachtet werden, daß die Strahlengänge des Lichtes der zu vergleichenden Isotope in der Meßapparatur gleich sind

und das Interferometer in gleicher Weise ausgeleuchtet wird, was wegen der Verwendung verschiedener Lichtquellen nie genau der Fall sein kann. Daher können durch die Meßapparatur Isotopieverschiebungen vorgetäuscht werden. Verschiebungen dieser Art lassen sich jedoch prinzipiell durch Mitvermessen von Referenzlinien vermeiden (/EF1 61/).

Nicht vermeiden läßt sich jedoch eine weitere Fehlerquelle des zweiten Verfahrens, auf die bisher noch nicht deutlich genug hingewiesen wurde. Diese Fehlerquelle ist physikalischer Natur. Die Wellenlänge eines Überganges hängt nicht nur von den Eigenschaften des leuchtenden Systems ab, sondern auch von denen seiner Umgebung. Durch Umgebungsatome gleicher oder anderer Art können nämlich durch elektrische Multipolwechselwirkung sogenannte Druckverschiebungen des atomaren Überganges hervorgerufen werden (siehe z.B. Unsöld (/Un 55/)). Diese Effekte sind so stark, daß sie sich bei Anregung von Spektrallinien in einer Hohlkathode bemerkbar machen müssen. Selbst die Differenzen der Druckverschiebungen von Linien die in zwei verschiedenen und dementsprechend auch etwas unterschiedlich brennenden Hohlkathoden angeregt werden, sind noch meßbar und können eine ISV von einigen zehntel mK vortäuschen. Im Anhang 1 wird die mögliche vorge-täuschte ISV für den Fall der Cs-Resonanzlinien im Trägergas Helium bei Anregung in der von uns verwendeten Hohlkathode abgeschätzt.

Aus den genannten Gründen entschlossen wir uns, auf die Verwendung getrennter Nuklide zu verzichten. Obwohl uns ein Isotopentrenner (/Wa 67/) zur Verfügung stand, untersuchten wir ausschließlich Cs-Gemische nach dem ersten Meßverfahren.

Die Auswertung der nach dem ersten Meßverfahren erhaltenen PFS-Registrierungen kann dann am genauesten erfolgen, wenn nur zwei Isotope angeregt werden und die PFS-

Komponenten beider Isotope mit gleicher relativer Stärke im Interferogramm enthalten sind. Im Falle der Cs-Resonanzlinien müssen sich damit auch die Isotopenmischungsverhältnisse wie 1:1 verhalten. Mit Hilfe des Massentrenners stellten wir solche Mischungen her (Versuch 12...15, Tab. 2). Die Ausgangssubstanz war für Versuch 12, 13 und 14 Spaltcaesium der Zusammensetzung von Versuch 10 und 11 (Tab. 2), bei Versuch 15 neutronenaktiviertes Cs 133, das etwa 5 % Cs 134 und etwa 0.2 % Cs 135 enthielt (/HüW 66/).

T a b e l l e 2

Zusammensetzung der untersuchten Caesiumgemische

| Versuch | Mischungsverhältnis der Isotope |        |        |        | Gesamtmenge |               |
|---------|---------------------------------|--------|--------|--------|-------------|---------------|
|         | Cs 133                          | Cs 134 | Cs 135 | Cs 137 | an Cs       |               |
| 9       | 45                              | --     | 24     | 33     | 36          | $\mu\text{g}$ |
| 10      | 45                              | --     | 17     | 35     | ?           |               |
| 11      | 47                              | --     | 16     | 36     | 48          | $\mu\text{g}$ |
| 12      | 55                              | --     | 49     | 2      | 9.5         | $\mu\text{g}$ |
| 13      | 50                              | --     | --     | 51     | 4.5         | $\mu\text{g}$ |
| 14      | --                              | --     | 50     | 58     | 11.5        | $\mu\text{g}$ |
| 15      | 55                              | 45     | --     | --     | 5.2         | $\mu\text{g}$ |

Vor den Experimenten an den eingestellten Isotopenmischungen wurden drei Versuche durchgeführt, die zwar schwerer (und ungenauer) auszuwerten waren, aber weniger experimentelle Schwierigkeiten mit sich brachten. Es wurde auf die Benützung des Massentrenners verzichtet und Spaltcaesium in ursprünglicher Zusammensetzung untersucht. Damit mußten aber aus der MPS die Isotopenlagen der drei Isotope Cs 133, Cs 135 und Cs 137 bestimmt werden, von denen außerdem noch Cs 135 in wesentlich geringeren Mengen vorhanden war als Cs 137 und besonders Cs 133 (Versuch 9...11, Fig. 4).

Die Mengen und die Isotopenmischungsverhältnisse der in den Versuchen 9...15 untersuchten Cs-Gemische sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Außerdem wurden in den Versuchen 1...3 weitere Hohlkathoden mit dem natürlichen isotonenreinen Cs 133 gefüllt, um Vorversuche durchführen zu können.

### 3. AUSWERTE-VERFAHREN

#### 3.1 Aufbereitung der Meßwerte

##### 3.11 Überlagerung der gemessenen Interferenzordnungen

Bei der spektroskopischen Untersuchung radioaktiver Isotope stehen im allgemeinen nur kleine Substanzmengen zur Verfügung. Damit ist auch die Lichtmenge

$$(1) \quad Q = \int_{\text{Meßzeit}} i(t) dt$$

beschränkt, aus der die Information über die ISV usw. gewonnen werden soll. Die Auswertung solcher Messungen muß daher so erfolgen, daß möglichst wenig Informationsverlust bei der Meßkurvenanalyse oder der Datenverarbeitung auftritt.

Aus Gleichung (1) erkennt man, daß es auf die maximal mögliche Genauigkeit eines Meßwertes keinen Einfluß haben sollte, ob lange Zeit mit kleinem oder kurze Zeit mit großem Lichtstrom  $i(t)$  gemessen wird. Im allgemeinen ist es jedoch experimentell einfacher, kleinere  $i(t)$  längere Zeit anzuregen als große  $i(t)$  kürzere Zeit. Zwei weitere Gründe sprechen für die Wahl kleinerer  $i(t)$ . Zum ersten ist ein zeitlich langsamer Gang im  $i(t)$  infolge Abbrandes der Substanz in der Lichtquelle bei langen Meßzeiten klein und zudem besser zu erkennen und damit bei der Auswertung auch besser zu berücksichtigen als bei kurzen Meßzeiten. Zum zweiten erfordert ein großes  $i(t)$  eine große elektrische Entladungsstromstärke  $I$ , was eine starke Erwärmung der Hohlkathode und damit infolge der stärkeren Dopplerverbreiterung der Spektrallinien auch eine Verschlechterung der Auflösbarkeit der HFS zur Folge hat (/IHU 63/). Wir haben somit bei spektroskopischen Untersuchungen radioaktiver Isotope infolge des niedrigen  $i(t)$  mit niedrigem Informationsfluß zu rechnen. Weist man den Lichtstrom photoelektrisch mit einem Photomultiplier (IM) nach, so äußert sich der niedrige Informationsfluß in einem niedrigen Signal-

zu Rausch Verhältnis (siehe z.B. Meßkurve Fig. 6a):  
Ein mittlerer Photostrom von  $10^{-10} \dots 10^{-11}$  A am Ausgang des PM entspricht an der Photokathode einem Strom von  $3 \cdot 10^{-16} \dots 3 \cdot 10^{-17}$  A oder von  $\dot{N} = 2000 \dots 200$  Elektronen je Sekunde und damit auch der gleichen Zahl nachgewiesener Photonen. Die zufälligen relativen Schwankungen  $\Delta N = (\dot{N}\tau)^{-1/2}$  ( $\tau$  = Integrationszeitkonstante) bewirken eine starke Verrauschung der Meßkurve.

Die erste Aufgabe bei der Auswertung muß daher sein, eine Aufsummierung des niedrigen Photonen- (und damit Informations-)flusses zu erreichen. Das älteste und auch heute noch vielverwendete Hilfsmittel dazu ist die photographische Platte. Die Photoschicht ist ein zweidimensionales Speichermedium, bei der die Elementarspeicher - die Silberhalogenidkristalle - nur zweier Zustände fähig sind, nämlich "belichtet" oder "nichtbelichtet". Jede Aussage über die Lage einer Struktur und über die Intensität (die Photonenzahldichte) ist nur über eine Integration der Silberkorndichte über eine endliche Fläche der Photoschicht zu gewinnen. Eine Schwierigkeit tritt dadurch auf, daß die Korndichte nicht proportional der Photonenzahldichte ist, da die maximale Korndichte endlich ist und bei niedrigen Photonenstromdichten infolge Ausheilung der Störungen in den belichteten Kristallen die Korndichte zusätzlich noch abhängig von der Belichtungszeit ist.

Die Registrierkurve eines photoelektrisch registrierenden Fabry-Perot-Interferometers stellt im Prinzip ein eindimensionales Speichermedium dar. Jedes losgelöste Photoelektron wird gegen die Zeit (und damit gegen die Frequenz des auslösenden Photons) aufgetragen. Im allgemeinen werden jedoch nicht die Impulse der einzelnen Elektronen registriert (siehe dagegen (/Ha 67/)), sondern mit Hilfe von Integriergliedern Photoströme. Die statistisch erfolgende Loslösung der Photoelektronen bewirkt das gleiche, wie bei der Photographie die statistische Bildung von Ag-Körnern, nämlich statistische Schwankungen in der aufintegrierten Kurve.

In gleicher Weise, wie bei der Auswertung von Photoplatten die statistischen Schwankungen durch Integration über größere Flächenstücke weggemittelt werden können (wobei die Flächenstücke aber klein sein müssen gegen die Bildstruktur, was bei Aufnahmen von Fabry-Perot-Interferenzen wegen der quadratisch mit dem Abstand vom Ringzentrum zunehmenden Dichte der Interferenzringe nur für wenige Interferenzordnungen erfüllbar ist), können auch bei der photoelektrischen Registrierung die statistischen Schwankungen mit Hilfe großer RC-Glieder verringert werden (wobei die Integrationszeit  $\tau = RC$  aber kurz sein muß gegenüber der Registrierzeit einer Kurvenstruktur). Bei den in Abschnitt 2.2 angegebenen Versuchsbedingungen hatten RC-Glieder von ca. 10 s und damit Registriergeschwindigkeiten von 1/2 h je Interferenzordnung verwendet werden müssen, um glatte und unverzerrte Registrierkurven zu erhalten. Im Laufe einer halben Stunde ändert sich aber die Anregung der Cs-Linien infolge des Abbrandes schon erheblich. Es ist also auf diese Weise nicht möglich, glatte Meßkurven zu erhalten, bei denen auch die Intensitätsverhältnisse der einzelnen HFS-Komponenten richtig sind.

Man ist also gezwungen, wenn man die Intensitätsverhältnisse richtig messen will, ohne Rücksicht auf schlechtes Signal-Rausch-Verhältnis schnell und daher mit kleinem RC-Glied zu registrieren und die Zeitintegration auf andere Weise durchzuführen.

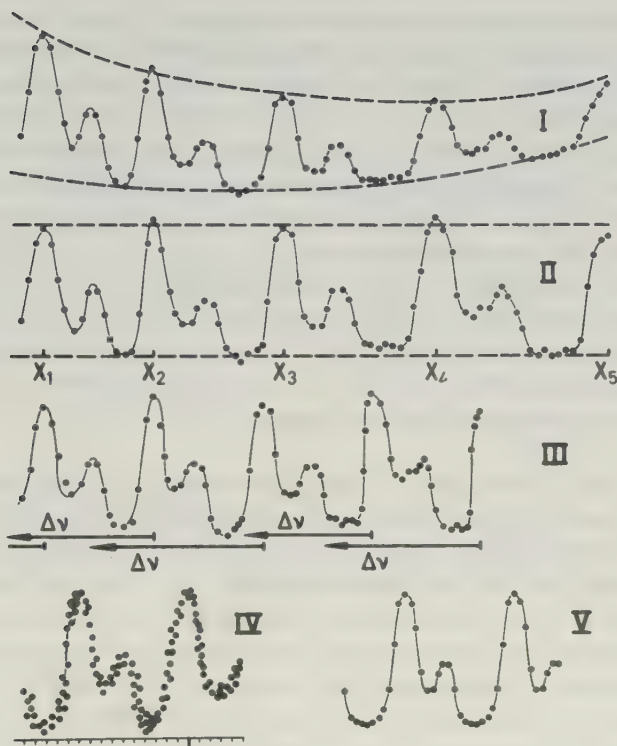
Prinzipiell genügt es, e i n e Interferenzordnung auszuwerten. Durch die Aufnahme mehrerer Interferenzordnungen gewinnt man nämlich keine zusätzliche Aussage, sondern nur eine Verminderung der statistischen Fehler. Die Registrierung von  $n_{\max}$  Interferenzordnungen stellt in Wahrheit keine einzelne Messung dar, sondern  $n_{\max}$  gleichwertige Messungen mit identischen Versuchsbedingungen (über die vernachlässigbare Änderung des Dispersionsgebietes siehe

Abschnitt 2.5). Es ist somit möglich, die notwendige Zeitintegration dadurch durchzuführen, daß man alle Interferenzordnungen aufsummiert bzw. über alle Interferenzordnungen mittelt. Ein derartiges Mittelungsverfahren vereinigt die Vorteile der Photoplatte mit denen der photoelektrischen Registrierung. Es ist in beiden Fällen möglich, beliebig lange "Licht zu sammeln"; in beiden Fällen stören langsame Schwankungen der Anregungsbedingungen nicht. Im Gegensatz zur photographischen Aufnahme erhält man bei der photoelektrischen Registrierung die resultierende Kurve sofort mit *l i n e a r e m* Frequenz- und Intensitätsmaßstab.

Die Mittelung vieler Interferenzordnungen kann entweder während der Messung oder nachträglich erfolgen. Wir entschlossen uns für die nachträgliche Mittelung, um Schwankungen des Dunkelstromes und der Anregung der Spektrallinie in Rechnung stellen zu können und um nicht alle Meßwerte verwerfen zu müssen, wenn einige Meßwerte infolge irgend eines Fehlers der Meßapparatur (etwa eines kurzen Verlöschens der Hohlkathode) falsch sind. Eine spätere Arbeit (/SW 66/) berichtet von einer Meßapparatur, die die Mittelung sofort durchführt, indem die Photostromwerte in einen Kernspeicher addiert werden, wobei die Speichernummer durch den momentanen Gasdruck zwischen den Interferometerplatten bestimmt ist.

Wir führen die Mittelung mit Hilfe eines Digitalrechners durch. Figur 5 zeigt schematisch den Gang der Rechnung. Die Meßwerte  $I(x)$  werden in den Rechner eingelesen (Fig. 5, I), Schwankungen des Dunkelstromes  $I_0$  und der Anregungsbedingungen werden rechnerisch korrigiert (Fig. 5, II) und die Lagen einer markanten Komponente  $X_1$  bestimmt.

Im Gegensatz zu (/SW 66/) erfordert unser Verfahren (/Hü 66/) Messungen, in denen wenigstens eine Komponente



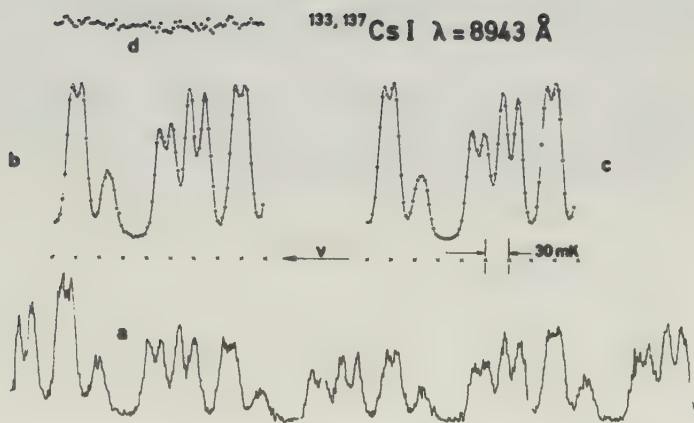
Figur 5 Schematische Darstellung der Rechenschritte im Rechenprogramm "Überlagerung".

- I) Digital vorliegende Meßkurve mit (parabelförmig angenommenen) Schwankung des Untergrundes und der Anregungsbedingung der Spektrallinie (z.B. dessen Abbrand in der Hohlkathode).
- II) Meßkurve nach der Eliminierung der Schwankung des Untergrundes und der Anregungsbedingungen. Lagebestimmung einer markanten Komponente ( $X_1 \dots X_5$ ).
- III) Meßkurve nach der Eliminierung der Nichtlinearität in der Lage von  $X_1 \dots X_5$ . Jede Interferenzordnung erhält einen Frequenzmaßstab ( $\Delta\nu$ ).
- IV) Überlagern der verschiedenen Interferenzordnungen. Unterteilung der Frequenzachse in gleichgroße Abschnitte. Nach der Mittelung der Meßwerte jedes Abschnitts erhält man die
- V) Gemittelte Meßkurve.

sich aus dem Rauschuntergrund heraushebt. Unter Berücksichtigung einer möglichen Nichtlinearität des Gaseinlaufes und damit einer Nichtkonstanz der Länge eines Dispersionsgebietes wird die korrigierte Länge des Dispersionsgebietes errechnet. Damit wird jeder Interferenzordnung ein eigener Wellenzahlenmaßstab zugeordnet (Fig. 5, III). Die verschiedenen in Intensität und Wellenzahlenmaßstab korrigierten Meßkurven verschiedener Interferenzordnungen werden aufeinandergelegt (Fig. 5, IV) und der Durchschnitt aller Punkte innerhalb eines Wellenzahlenintervalls  $\Delta \nu$  gebildet. Die so gewonnene digital vorliegende Kurve einer Interferenzordnung wird im folgenden "Überlagerung" genannt (Fig. 5, V).

Bei einem derartigen Mittelungsverfahren geht (annähernd) keine physikalisch interessante Information verloren. Aus der Überlagerung ist allerdings nicht mehr zu entnehmen, wie groß die Stromschwankungen, wie lang ein Dispersionsgebiet und wie groß die Nichtlinearität des Gaseinlaufes waren, (diese Informationen sind physikalisch uninteressant), wesentlich ist, daß auch die "leere" Information über die Lage und Stärke von Rauschimpulsen verloren geht. In Abschnitt 3.12 wird auf den Ablauf der Rechnung näher eingegangen.

Wie sehr die Kurven durch diese Mittelung geglättet werden, ist in Figur 6 und 7 zu sehen. In Figur 6 a sind viereinhalb Ordnungen einer äußerst schlechten Registrierung von Cs 133 und Cs 137 wiedergegeben. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist klein und der Abbrand des Cs groß. Nach der Überlagerung erhält man eine "glatte" Kurve (Fig. 6 b), aus der die Bestimmung der ISV zwischen den beiden Isotopen auf 0.2 mK möglich ist. Figur 6 c ist errechnet (siehe Abschnitt 3.2) und zeigt, daß die "Überlagerung" mit der "Berechnung" in allen Feinheiten übereinstimmt. Die Abweichung zwischen der "Überlagerung" und "Berechnung" ist im gleichen Maßstab in Figur 6 d dargestellt.



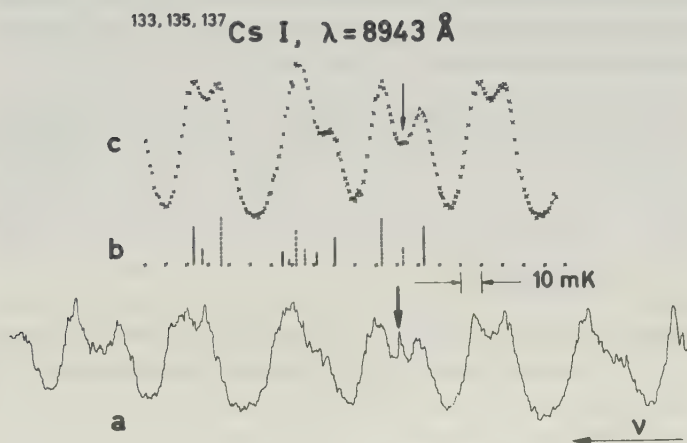
**Figur 6** Gegenüberstellung der nichtüberlagerten Registrierkurve und der überlagerten Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 137 (Versuch 13).

- a: Vollständige Meßkurve einer Registrierung.
- b: Überlagerung der Kurve a mit Abbrandkorrektur und Entzerrung des Frequenzmaßstabes.
- c: Errechnete Kurve, die der Überlagerung optimal angepaßt wurde.
- d: Differenz von überlagelter und errechneter Kurve (b und c) im gleichen Maßstab wie diese.

Aus dieser Messung konnte die ISV (Cs 137 - Cs 133) mit einem angegebenen Fehler von 0.2 mK auf 0.15 mK genau bestimmt werden.

Die Überlagerung in Figur 7b, einer Messung von 16 Interferenzordnungen, von denen zwei in Figur 7a wiedergegeben sind, zeigt, wie gut eine Störung (vgl.  $\downarrow$  in Fig. 7a) weggemittelt werden kann, falls nur über eine genügend große Zahl von Meßwerten gemittelt wird.

Das Rechenprogramm wurde in ALGOL formuliert, die Überlagerung an einem Siemensrechner S 2002 und an einem Telefunkenrechner TR 4 durchgeführt.



Figur 7 Gegenüberstellung eines Teiles der nichtüberlagerten Registrierkurve und der überlagerten, entzerrten Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an Spaltcaesium (Versuch 10)

- a) Teil der Registrierkurve mit einem starken Störimpuls (Pfeil).
- b) Schematische Darstellung der HFS-Komponenten, aus denen sich die Komponentengruppen zusammensetzen, Cs 133 ·····, Cs 135 ----, Cs 137 ———.
- c) Überlagerte und entzerrte Meßwertkurve. Der Störimpuls wurde weggemittelt (Pfeil).

### 3.12 Gang des Rechenprogramms "Überlagerung"

Die Schritte des im folgenden beschriebenen Rechenprogrammes zur Überlagerung von digital vorliegenden HFS-Kurven sind schematisch in Figur 5 dargestellt. Zur Veranschaulichung wird in diesem Abschnitt öfter darauf hingewiesen werden.

Nachdem das Rechenprogramm und einige Konstanten, auf deren Bedeutung im folgenden noch teilweise eingegangen werden wird, in den Rechner eingegeben worden sind, werden die Meßwerte  $I(x)$  eingelesen (in Fig. 5 als Punkte angedeutet), wobei  $x = 1, 2, \dots, N$  die Nummer des Meßwertes ist (Fig. 5, I).

Anschließend werden Schwankungen des Dunkelstromes  $I_o(x)$  und des Photostromes  $I_p(x)$  rechnerisch eliminiert. Es wird angenommen, daß der Dunkelstrom  $I_o(x)$  sich in der Gestalt

$$(1) \quad I_o(x) = I_o(1) \cdot (1 + c_1 x + c_2 x^2)$$

darstellen läßt. Die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  werden aus den Gleichungen

$$(1b) \quad \begin{aligned} I_o(N/2) &= I_o(1) \cdot (1 + c_1 N/2 + c_2 N^2/4) \\ I_o(N) &= I_o(1) \cdot (1 + c_1 N + c_2 N^2) \end{aligned}$$

bestimmt.  $I_o(1)$ ,  $I_o(N/2)$  und  $I_o(N)$  sind vorher der Meßkurve direkt entnommen und dem Rechner ebenso wie  $N$  zu Beginn der Rechnung eingegeben worden.

Der Photostrom

$$(2) \quad I_p(x) = I(x) - I_o(x)$$

zeigt langsame Änderungen, die sich an Änderungen der Pikhöhe jeder HFS-Komponente im Verlauf der Registrierung zeigen. Wieder wird angenommen, daß diese langsamen Schwankungen durch einen quadratischen Ansatz korrigierbar sind

$$(3) \quad I_p^c(x) = I_p(x) \cdot (1 + c_3 x + c_4 x^2)$$

Die Konstanten  $c_3$  und  $c_4$  werden in gleicher Weise wie  $c_1$  und  $c_2$  aus den vorher der Meßkurve entnommenen  $I(1)$ ,  $I(N/2)$  und  $I(N)$  vom Rechner bestimmt.

Aus den so errechneten korrigierten Meßwerten (Fig. 5, II)

$$(4) \quad I^c(x) = I_p^c(x) + I_o(1)$$

wird die Länge eines Dispersionsgebietes (Anzahl der Meßwerte pro Interferenzordnung) errechnet. Zu diesem Zweck bestimmt die Maschine in jeder Interferenzordnung  $n$  die Lage  $X_n$  einer markanten HFS-Komponente, der Hauptkomponente, indem sie zunächst die Meßpunkte durch einen Polygonzug verbindet und dann den Kurvenschwerpunkt bestimmt. Das  $n$  läuft von 1 bis  $n_{\max}$ , wobei  $n = 1$  die erste registrierte Interferenzordnung bedeutet und nicht etwa die in Abschnitt 2.5 mit  $k$  bezeichnete, durch den Gangunterschied der interferierenden Strahlen definierte wahre Interferenzordnung, die je nach Größe des von uns verwendeten Dispersionsgebietes zwischen 55000 und 100000 liegt.

Aus den  $X_n$  wird dann das Dispersionsgebiet  $\Delta X$  errechnet. Es sollte innerhalb der Meßgenauigkeit gelten

$$(5) \quad \Delta X \approx \Delta X_n = X_n - X_{n-1}$$

Es zeigt sich jedoch, daß  $\Delta X_n$  für große  $n$  (gegen Ende einer Registrierung) einige  $^0/_{\infty}$  größer ist als für kleine  $n$ . Das liegt daran, daß der Gaseinlaß in das Interferometergehäuse mit zunehmendem Druck im Interferometer und abnehmendem Gasflaschendruck sich verlängert und damit der optische Weg zwischen den Interferometerplatten nicht genau linear zunimmt. Die Verlängerung des Dispersionsgebietes läßt sich rechnerisch durch den Ansatz

$$(6) \quad X_n^c = X_n(1 - \beta X_n)$$

erfassen. Aus den  $X_n$  werden dann vom Rechner die Größen  $\Delta X$  und  $\beta$  bestimmt. Zusätzlich wird aus allen  $X_n^c$  ein  $\bar{X}_o^c$  errechnet.

$$(7) \quad \bar{X}_o^c = \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} (X_n^c - n\Delta X)}{n_{\max}} .$$

Dieses  $\bar{X}_o^c$  wäre die Lage der Hauptkomponente in der nullten registrierten Interferenzordnung, errechnet aus

der Lage aller  $n_{\max}$  Hauptkomponenten.

Aus  $\Delta X$  und aus dem (aus dem Plattenabstand  $d$  errechnbaren) Dispersionsgebiet

$$(8) \quad \mathcal{V} = 1/2 \cdot d$$

läßt sich jedem  $x$  eine Wellenzahl zuordnen:

$$(9) \quad \frac{\mathcal{V}}{\Delta X} = \frac{\nu - \nu_0}{x^c}$$

mit

$$(6a) \quad x^c = x(1 - \beta x)$$

Durch die Bedingung

$$(9a) \quad \frac{\mathcal{V}}{\Delta X} = \frac{\nu_0}{\bar{x}_0^c}$$

bekommt die nullte Hauptkomponente die Wellenzahl  $\nu = 0$  zugeordnet.

Über (4) und (9) wird die gemessene Kurve in eine frequenz- und amplitudenkorrigierte Kurve umgerechnet (Fig. 5, III). Bei dieser Umformung bleiben alle statistischen Stromschwankungen erhalten. Nach dieser Linearisierung in  $x$  und  $I$  beginnt die eigentliche Überlagerung, die Mittelung über viele Interferenzordnungen. Durch sie werden die statistischen Schwankungen weitgehend reduziert.

$\mathcal{V}$  wird in  $\alpha$  gleichgroße Abschnitte  $\Delta \mathcal{V}(u)$  ( $u = 1 \dots \alpha$ ) aufgeteilt. ( $\Delta \mathcal{V}$  wählt man praktischerweise gleich einem einfachen Vielfachen oder Bruchteil von 1 mK) Über (9) ist das  $x$  des korrigierten Meßwertes  $I^c(x)$  einem  $\nu$  und damit infolge der Teilung von  $\mathcal{V}$  in  $\Delta \mathcal{V}(u)$  auch einem  $u$  zugeordnet, das sich berechnet durch

$$(10) \quad u = \text{entier}(\nu / \Delta \mathcal{V} + 0.5)^+)$$

---

+) Die Funktion  $y = \text{entier}(x)$  definiert  $y$  als die größte ganze Zahl, die kleiner als  $x$  ist.

Falls  $\nu > \nu$  ist, wird über

$$(11) \quad \bar{\nu} = \nu - \text{mod } \nu ; 0 \leq \bar{\nu} < \nu$$

und (10)  $\nu$  einem  $u$  mit  $0 \leq u < \alpha$  zugeordnet. Auf diese Weise werden alle  $N$  korrigierten Meßwerte in  $\alpha$  Gruppen unterteilt (Fig. 5, IV). Für jedes  $u$  wird der Durchschnitt aller  $\bar{I}^c(u)$  gebildet. Die Werte  $\bar{I}^c(1) \dots \bar{I}^c(\alpha)$  stellen genau eine gemittelte Interferenzordnung dar (Fig. 5, V). Aus optischen Gründen haben wir jedoch den Überlagerungsbereich nach beiden Seiten etwas erweitert, damit nicht die Hauptkomponente am Anfang und Ende des Überlagerungsbereiches je nur halb dargestellt wird.

### 3.2 Verarbeitung der aufbereiteten Meßwerte

#### 3.21 Analytische Darstellung von Hyperfeinstrukturen. Wahl der Kurvenparameter

In Kapitel 3.1 wurde beschrieben, wie unter Ausnützung der Periodizität der HFS-Meßkurven eine Kurve gewonnen werden kann, in der etwa die gleiche Informationsmenge über die physikalisch interessanten Daten steckt wie in der ursprünglichen Kurve, deren Informationsdichte aber stark erhöht ist. In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, wie aus der "Überlagerungskurve" die relevanten Größen der HFS berechnet werden können.

Betrachtet man die Überlagerung der Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  von Spaltcaesium (Cs 133, Cs 135, Cs 137) in Figur 7, so erkennt man, daß es sicherlich nicht möglich sein wird, von 12 HFS-Komponenten (je 4 von jedem Isotop) Lage, Intensität und (für jede Komponente verschiedene) Kurvenform zu bestimmen. Wir sind also gezwungen, (genau wie bei der Gewinnung der Überlagerung) unter Ausnützung bekannter und notwendiger physikalischer Beziehungen, oder aus Beziehungen, die aus dem Versuchsaufbau gegeben sind, die Zahl der zu bestimmenden Größen, d. h. die Zahl der Kurvenparameter, möglichst niedrig zu halten, ohne dabei Information zu verschenken.

Der allgemeinste Ansatz für die mathematische Darstellung des Interferenzbildes  $F(\nu)$  ( $\nu$  = Frequenz), der

- 1) einen Untergrund  $C_2(\nu)$  durch Streulicht, Strahlungskontinuum (etwa durch Wärmestrahlung) und Dunkelstrom der Meßapparatur berücksichtigt,
- 2) eine Frequenz- oder Registrierzeitabhängigkeit  $C_1(\nu)$  der Nachweisempfindlichkeit oder der Erzeugung der nachzuweisenden Photonen enthält, bei dem
- 3) die Kurvenform  $f_\alpha(\nu - \nu_\alpha)$  der  $\alpha$ -ten HFS-Komponente ( $\alpha = 1, 2, \dots, \hat{\alpha}$ ) sich nicht nur in der Lage des Schwerpunktes  $\nu_\alpha$ , sondern auch in ihrer Gestalt einschließlich der Maximalamplitude unterscheidet, lautet

$$(1) \quad F(\nu) = C_1(\nu) \cdot \sum_{\alpha=1}^{\hat{\alpha}} f_{\alpha}(\nu - \nu_{\alpha}) + C_2(\nu) .$$

Dieser allgemeinste Ansatz ist zur Bestimmung der allein interessierenden Komponentenlagen  $\nu_{\alpha}$ , aus denen die Aufspaltungsfaktoren und die ISV bestimmt werden sollen, wenig geeignet, weil zu den  $\hat{\alpha}$  Komponentenlagen zusätzlich  $(\hat{\alpha} + 2)$  Funktionen aus der Meßkurve abgeleitet werden müssen.

Nimmt man an, daß keine Linienverformung infolge Selbstabsorption auftritt - eine Annahme, die leicht für jede Spektrallinie durch eine HFS-Messung bestätigt werden kann - , so sind alle  $f_{\alpha}(\nu - \nu_{\alpha})$  ähnlich und unterscheiden sich nur in Amplitude und infolge der  $\nu$ -Abhängigkeit der Lineardispersion und des Auflösungsvermögens von Spektralapparat und Perot-Fabry-Interferometer in der Halbwertsbreite. Wir setzten daher

$$(2) \quad F(\nu) = C_1(\nu) \sum_{\alpha=1}^{\hat{\alpha}} A_{\alpha} f(\sigma_{\alpha,u}, \nu - \nu_{\alpha}) + C_2(\nu)$$

wobei die  $\sigma_{\alpha,u}$  Kurvenformparameter sind.

Der Kurvenansatz (2) nimmt noch keinen Bezug auf spezielle HFS-Probleme. Er ist zur Analyse sowohl von Fein- als auch von Hyperfeinstrukturen verwendbar. Stone (/Ston 62/) hat mit dem Ansatz (2) einen Versuch zu einer Analyse von Registrierkurven von  $S_{\frac{1}{2}}$ -Liniens gemacht, und dabei

$$\begin{aligned} C_1(\nu) &= 1 \\ C_2(\nu) &= k_0 + k_1 \nu + k_2 \nu^2 \\ f(\sigma_{\alpha}, \nu - \nu_{\alpha}) &= 1 / (1 + \sigma_{\alpha}^2 (\nu - \nu_{\alpha})^2) \quad \text{oder} \\ f(\sigma_{\alpha}, \nu - \nu_{\alpha}) &= 1 / \exp(\sigma_{\alpha}^2 (\nu - \nu_{\alpha})^2) \end{aligned}$$

gesetzt. Infolge der sehr großen Zahl von Parametern ist dieser Ansatz für unser Problem jedoch nicht sehr geeignet und auch sonst - soweit uns bekannt ist - nie verwendet worden; auch Stone hat seinen Ansatz auf kein physikalisches Problem angewandt.

Bei der Untersuchung von HF-Strukturen aus den Überlagerungskurven kann Gl.(2) sehr stark vereinfacht werden. Zunächst kann wegen der bereits berücksichtigten Abbrandkorrektur bei der Überlagerung in Abschnitt 3.12

$$(3) \quad C_1(\nu) = C_1 \quad \text{und} \quad C_2(\nu) = C_2$$

gesetzt werden.

Weiterhin sind die Kurvenformparameter  $\sigma_{\alpha, u}$  für alle HFS-Komponenten (also für alle  $\alpha$ ) gleich, denn die Lineardispersion und das Auflösungsvermögen sind wegen ihrer schwachen  $\nu$ -Abhängigkeit und der sehr kleinen  $\nu$ -Unterschiede der verschiedenen HFS-Komponenten innerhalb der Meßgenauigkeit dieselben<sup>+</sup>):

$$(4) \quad \sigma_{\alpha, u} = \sigma_u .$$

Somit ist nach (2), (3) und (4)

$$(5) \quad F(\nu) = C_1 \cdot \sum_{\alpha} A_{\alpha} \cdot f(\sigma_u, \nu - \nu_{\alpha}) + C_2 .$$

Für die weitere Reduktion der Parameter ist es günstig, anstelle der einfachen Indizierung mit  $\alpha$  eine Doppelindizierung  $i, n$  einzuführen, wobei  $n$  die  $\hat{n}_i$  verschiedenen HFS-Komponenten eines Isotopes ( $n = 1, 2, \dots, \hat{n}_i$ ) bezeichnet und  $i$  die verschiedenen Isotope ( $i = 1, 2, \dots, \hat{i}$ ) kenntlich macht; dann wird

$$(6) \quad F(\nu) = C_1 \sum_{i=1}^{\hat{i}} \sum_{n=1}^{\hat{n}_i} A_{i, n} f(\sigma_u, \nu - \nu_{i, n}) + C_2$$

Wenn man annimmt, daß die Anregung der Spektrallinien unabhängig von der Isotopenmasse erfolgt, so muß die Summe der Intensitäten aller HFS-Komponenten eines Isotops proportional zur Häufigkeit  $E_i$  des Isotopes  $i$  sein:

$$(7) \quad A_{i, n} = a_{i, n} \cdot E_i$$

<sup>+</sup>) Dies gilt nicht für Störlinien anderer Elemente!

Die hierin auftretenden relativen Intensitäten  $a_{i,n}$  der HFS-Komponenten eines Isotopes sind angebar: bei reiner Dipolstrahlung (und fehlender Selbstabsorption) sind die  $a_{i,n}$  Funktionen vom Kerndrehimpuls  $I_i$  und den Hüllendrehimpulsen  $J_o$  und  $J_u$  der am Übergang beteiligten Terme

$$(8) \quad a_{i,n} = a_{i,n}(J_o, J_u, I_i) \quad (/WE 33/).$$

Anstelle von  $\hat{\alpha}$  verschiedenen Intensitätskoeffizienten  $A_{i,n}$  in Gleichung (6) muß man nunmehr nur noch  $\hat{i}$  Mischungskoeffizienten  $E_i$  in Gleichung (7) bestimmen, von denen einer fest vorgegeben werden kann. Betrachtet man das Beispiel der HFS von Spaltcaesium wieder, so heißt das, daß anstelle von 12 Intensitäten der  $3 \times 4$  HFS-Komponenten der Linie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  oder gar der 18 Intensitäten der  $3 \times 6$  HFS-Komponenten der Linie  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  nur zwei Isotopenmischungsverhältnisse

$$(9) \quad P_{i,1} = E_i / E_1 ; P_{1,1} = 1$$

oder

$$P_{135-133} = E_{Cs135} / E_{Cs133} \text{ und } P_{137-133} = E_{Cs137} / E_{Cs133}$$

bestimmt werden müssen. (Ist das Isotopenmischungsverhältnis aus massenspektroskopischen Beobachtungen bekannt, so braucht überhaupt kein Intensitätsparameter bestimmt zu werden!)

Genauso, wie es nicht nötig ist, alle  $\hat{\alpha}$  Intensitäten der  $\hat{\alpha}$  verschiedenen HFS-Komponenten zu bestimmen, ist es auch nicht nötig, die  $\hat{\alpha}$  verschiedenen Frequenzen  $\nu_{\alpha}$  bzw.  $\nu_{i,n}$  zu bestimmen. Die Zahl der HFS-Aufspaltungsfaktoren  $D_{i,n}$  der beiden an einem Übergang beteiligten Terme des  $i$ -ten Isotopes ist kleiner als die Anzahl der HFS-Komponenten, so daß es günstiger ist, Aufspaltungsfaktoren zu bestimmen als HFS-Komponentenlagen. Die Lage  $\nu_{i,n}$  einer Komponente läßt sich angeben durch den Linienschwerpunkt  $\nu_i$  des  $i$ -ten Isotopes und durch die

Lage  $\hat{\nu}_{i,n}$  der HFS-Komponente in bezug auf diesen Schwerpunkt

$$(10) \quad \nu_{i,n} = \nu_i + \hat{\nu}_{i,n}$$

Die  $\hat{\nu}_{i,n}$  sind errechenbar aus den Aufspaltungsfaktoren  $D_{i,u}$ , dem Kerndrehimpuls  $I_i$  und den Hüllendrehimpulsen  $J_o$  und  $J_u$  (/Ko 56/).

$$(11) \quad \hat{\nu}_{i,n} = \hat{\nu}_{i,n}(J_o, J_u, I_i, A_{i,u})$$

Es wird unser Bestreben sein, alle  $A_{i,u}$  aus anderen Experimenten zu entnehmen (siehe Kapitel 3.3), so daß die Zahl der zu bestimmenden Parameter sehr klein wird. Im Falle der HFS-Untersuchung von Spaltcaesium heißt das, daß bei bekannten Aufspaltungsfaktoren nur noch drei Schwerpunktslagen  $\nu_i$  aus (10) bestimmt werden müssen, obwohl bei der Linie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  zwölf, bei der Linie  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  achtzehn verschiedene HFS-Komponenten vorkommen.

Somit muß sich die gemessene Interferenzstruktur beschreiben lassen durch den Ansatz

$$(12) \quad F(\nu) = \underline{C_1} \int_{\underline{\nu}}^{\underline{\hat{\nu}_1}} \underline{\int_{\underline{\nu}}^{\underline{\hat{\nu}_1}}} \underline{P_{i,u}} a_{i,n}(J_o, J_u, I_i) f(\underline{\sigma_u}, \underline{\nu} - \underline{\nu_i} - \underline{\hat{\nu}_{i,n}}(J_o, \dots, J_u, I_i, A_{i,u})) + C_2$$

wobei nur die unterstrichenen Größen der Meßkurve entnommen werden müssen. Es soll noch einmal betont werden, daß die Reduktion der freien Parameter keinen Verlust an Information mit sich bringt. Gl. (1) beinhaltet physikalisch nicht mehr als Gl. (12)

Neben Lage und Intensität einer HFS-Komponente muß noch ihre Kurvenform angegeben werden. Die mathematische Formulierung der Kurvenform ist der problematischste Teil des Auswertprogrammes, da es für die Kurvenform keinen analytischen Ausdruck gibt. Sie ist eine Faltung einer Gaußkurve - nämlich der Dopplerverbreiterung der Spektrallinie - mit der natürlichen Linienform und einer

Airy-Funktion - hervorgerufen durch die Vielfachreflexion des Lichtes im Interferometer - und der bei guter Justierung rechteckigen Durchlaßfunktion der Lochblende, die das Zentrum des Interferenzringsystems ausblendet. Dazu kommen Verzerrungen infolge von Fehlern in der Justierung und Fehlern der Interferenzplatten. Einzig die Verzerrung durch das RC-Glied bekannter Größe ist angebar und wird im Programm berücksichtigt.

Zur näherungsweisen Darstellung der Kurvenform hat man mehrere Möglichkeiten. Man kann eine Potenzreihen-, eine Fourierreihen- oder eine sonstige Reihenentwicklung vornehmen, oder man sucht Funktionen, die der beobachteten Kurvenform möglichst ähnlich sind.

Wir haben, um die Zahl der Parameter möglichst klein zu halten, den zweiten Weg gewählt. Die nächstliegenden einparametrischen Funktionen sind die Gauß- und die Dispersionsfunktion  $y = \exp(-\sigma^2(\nu-\nu_\alpha)^2)$  bzw.  $y = 1/(1+\sigma^2(\nu-\nu_\alpha)^2)$

Beide Funktionen sind auch von Stone verwendet worden. Andere Autoren wie (/MSW 65), (/Hü 63/) oder (/Ha 63/) haben mit diesen Funktionen die gegenseitige Beeinflussung benachbarter HFS-Komponenten abgeschätzt.

Wir stellten jedoch fest, daß keine der beiden Funktionen, zumindest in den von uns bisher untersuchten Fällen, die Kurvenform ausreichend beschreibt. Bei guter Anpassung der Linienmitte reicht die Flanke der gemessenen Kurve weiter als die der Gaußfunktion, geht jedoch schneller gegen Null als die der Dispersionsfunktion. Ein weiterer Parameter, der im wesentlichen die Flankenform beschreibt, bringt eine bedeutende Verbesserung. Die von uns verwendete modifizierte Dispersionsverteilung

$$(13) \quad y = 1/(1 + \sigma_1^2(\nu-\nu_\alpha)^2 + \sigma_2^4(\nu-\nu_\alpha)^4)$$

paßte die wahre Kurvenform sehr gut an. Wir haben im

Laufe der Untersuchungen auch versucht, die weitreichende Dispersions- und die recht schnell gegen Null gehende modifizierte Dispersionsverteilung zu mischen und zu diesem Zweck einen Mischungsparameter K in der Form

$$(13a) \quad y = (1-K) / (\sigma_1^2(\nu - \nu_\alpha)^2 + \sigma_2^4(\nu - \nu_\alpha)^4) + K / (1 + \sigma_1^2(\nu - \nu_\alpha)^2)$$

eingeführt. Der Wert von K war in keinem Falle größer als 0.07, so daß die Erweiterung (13a) gegenüber (13) keine ins Gewicht fallende Verbesserung brachte. Alle Auswertungen wurden daher mit der Form (13) vorgenommen.

Die Gleichungen (12) und (13) haben gegenüber Gleichung (2) den Vorteil, daß sie in einfacher Weise einen großen Teil der gegenseitigen Verknüpfungen der Parameter in (2) beschreiben. Infolge dieser Verknüpfungen können die freien Parameter in (12) sehr viel genauer bestimmt werden als in (2), abgesehen davon, daß der Rechenaufwand zur Bestimmung der Parameter aus der Meßkurve wegen der kleineren Zahl der Parameter nach Ansatz (12) wesentlich geringer ist als nach dem Ansatz (2) von Stone.

Falls in (12) alle Verknüpfungen zwischen den Parametern enthalten wären, wären alle Parameter voneinander unabhängig. Das würde bedeuten, daß in einem Näherungsverfahren von rohen Anfangswerten ausgehend die Parameter einzeln nacheinander aus der Meßkurve errechnet werden könnten. Nach soviel Näherungsschritten, wie freie Parameter vorhanden sind, wäre die Rechnung beendet.

In Wirklichkeit sind nicht alle Verknüpfungen erfasst. Trotzdem ist es möglich, die freien Parameter nacheinander aus der Meßkurve zu bestimmen, die Zahl der Näherungsschritte erhöht sich allerdings etwa um einen Faktor drei bis vier gegenüber dem idealen Fall.

Die stärkste noch nicht berücksichtigte Verknüpfung von Parametern ist die zwischen den Kurvenformparametern  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Das Bild der Funktion

$$(13) \quad y = 1/(1 + \sigma_1^2 x^2 + \sigma_2^4 x^4)$$

sieht ähnlich aus, wenn  $\sigma_1 \neq 0$  und  $\sigma_2 = 0$  oder wenn  $\sigma_2 \neq 0$  und  $\sigma_1 = 0$  gesetzt wird.  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  können sich wechselseitig weitgehend ersetzen. Beide Parameter bestimmen somit sowohl die Kurvenform als auch die Halbwertsbreite. Eine Änderung der Halbwertsbreite bei schon gut angenäherter Kurvenform ist daher mit einer Verschlechterung der Kurvenform verbunden, die erst wieder durch Veränderung des anderen Parameters rückgängig gemacht werden muß.

Führt man jedoch eine Beziehung zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  derart ein, daß bei einer Variation von  $\sigma_1$  sogleich durch eine kompensierende Variation von  $\sigma_2$  die Halbwertsbreite unverändert bleibt, dann konvergiert die Berechnung der Kurvenformparameter aus der Meßkurve sehr schnell gegen den Endwert.

Ein weiteres Beispiel möge zeigen, wie durch geeignete Wahl von Parametern, d. h. in diesem Falle Ersetzung eines Parameters durch einen anderen mit Hilfe einer Verknüpfungsgleichung, die Zahl der Rechenschritte wesentlich verringert werden kann. Die HFS der Linie Cs 133,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  setzt sich aus zwei nicht aufgelösten Triplets zusammen (Fig. 1 und Fig. 13). Die in Figur 13 dargestellte Kurve kann durch die Funktion

$$(12b) \quad F(y) = C_1 \sum_{n=1}^6 a_n (J_p, J_s, I) f(\sigma_1, \sigma_2, y - y_n - y_n(J_p, J_s, I, A_p, A_s)) + C_2$$

beschrieben werden. Die relativen Intensitäten  $a_1 \dots a_6$

können aus den bekannten Drehimpulsquantenzahlen

$J_p = 3/2$  ( $6p^2 P_{3/2}$ ),  $J_s = 1/2$  ( $6s^2 S_{1/2}$ ) und  $I = 7/2$

errechnet werden. Die sechs Komponentenlagen  $y_n$  lassen

sich aus den bekannten  $J_p$ ,  $J_s$ ,  $I$  und den Aufspaltungsfaktoren  $A_p = A(^2P_{3/2})$  und  $A_s = A(^2S_{1/2})$  berech-

nen (der B-Faktor  $B(^2P_{3/2})$  sei in dieser Überlegung vernachlässigt), so daß nur die Parameter  $C_1$  und  $C_2$ , die Kurvenformparameter  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , die Aufspaltungsfaktoren  $A_p$  und  $A_s$  und die Schwerpunktslage  $\mathcal{Y}_I$  der HFS freie Variable sind. Diese sollen aus Figur 13 bestimmt werden.

Wie man aus Figur 13 leicht sieht, ist der Schwerpunkt-  
abstand  $A$  der beiden unaufgelösten Triplets in wenigen  
Rechenschritten genau bestimmbar. Über  $A$  sind die bei-  
den Aufspaltungsfaktoren  $A_p$  und  $A_s$  verknüpft:

$$(14) \quad A = 4A_s - (20/3) \cdot A_p$$

Verändert man den Parameter  $A_p$  in (12b), um die Struk-  
tur der Triplets zu beschreiben, so ändert sich bei  
Festhalten von  $A_s$  auch  $A$ , die schon genau bekannte  
Größe. Daher ist es zweckmäßig, anstelle von  $A_s$  in die  
Rechnung von vornherein mittels der Verknüpfungs-  
gleichung (14) den Parameter  $A$  einzuführen.

(Bei der in Kapitel 4.5 beschriebenen Auswertung der  
HFS von  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  wurde die Entkopplung von  $A_s$  und  
 $A_p$  nicht durchgeführt, da  $A_s$  und  $A_p$  schon bekannt waren  
und daher nicht variiert zu werden brauchten.)

Fassen wir die Ergebnisse dieses Abschnitts noch ein-  
mal zusammen:

Die Interferenzstruktur einer HFS läßt sich nach  
Gleichung (12) und (13) unter Berücksichtigung von  
Parameterentkopplungen mit wenigen und voneinander  
fast unabhängigen Parametern beschreiben. Damit können  
die Parameter ausgehend von rohen Anfangswerten einzeln  
nacheinander aus der Meßkurve berechnet werden. Man  
vermeidet damit die üblichen komplizierten und schlecht  
zu formulierenden Optimalisierungsverfahren (siehe  
dagegen (/Ston 62/)). In Kapitel 3.22 wird auf das von  
uns benützte Optimalisierungsverfahren näher eingegan-  
gen.

### 3.22 Gang des Rechenprogrammes "Anpassung" und kritische Abschätzung der Genauigkeit der optimalisierten Parameter

In Kapitel 3.21 Gleichung (12) wurde ein Ansatz zur Beschreibung von HF-Strukturen gegeben, der nur wenige und zudem noch weitgehend voneinander unabhängige freie Parameter enthält. In diesem Abschnitt wird ein Rechenverfahren angegeben, diese freien Parameter so zu bestimmen, daß eine punktweise vorliegende Meßkurve optimal angepaßt wird. (Unter "Meßkurve" soll hier im allgemeinen die Überlagerung nach Kapitel 3.11 verstanden werden, bei Messungen mit sehr gutem Signal-Rausch-Verhältnis ist es jedoch manchmal sinnvoll, die gemessenen unaufbereiteten Daten direkt anzupassen).

Mathematisch fassen wir diese Aufgabe so, daß die gewichtete Summe D der Quadrate der Differenzen zwischen Meßwert  $y_i$  und errechnetem Wert  $F_i$  durch geeignete Wahl der Parameter zu einem Minimum gemacht wird:

$$(1) \quad D = \sum_{i=1}^N g_i \cdot (y_i - F_i)^2; \quad \delta D = 0$$

Dabei läuft  $i$  über alle  $N$  Meßwerte. Die Wahl der  $g_i$  bedarf einer besonderen Diskussion. Der Gewichtungsfaktor  $g_i$  könnte z. B.

$$(2a) \quad g_i = g = \text{const.}$$

gesetzt werden, wenn die statistische Schwankung der Meßwerte unabhängig von der Größe der Meßwerte wäre. So sind z. B. kleine Schwankungen des Dunkelstromes des Photomultipliers unabhängig vom Photostrom und damit auch vom Gesamtstrom.

Kommen dagegen die Stromschwankungen des Photomultipliers ausschließlich aus der Statistik beim Loslösen der Photoelektronen, so müssen die Schwankungsquadrate proportional zum Teilchenstrom der Photoelektronen  $M$  und somit auch zum Photostrom  $I$  sein. Die Schwankungen des Ausdruckes  $(y_i - F_i)^2$  gehen im letzteren Fall proportional zu  $F_i$ , das heißt, die Maxima in der HFS sind stärker verrauscht als die Minima. Bei der optimalen Anpassung der Meßkurve muß darauf geachtet werden, daß Abweichungen in den Minima stärker berücksichtigt werden als in den Maxima.

Diese Bedingung wird erfüllt, wenn man

$$(2b) \quad g_i = 1/F_i \approx 1/y_i$$

gesetzt. Da in Wirklichkeit beide Mechanismen zur Erzeugung von statistischen Schwankungen beitragen, haben wir

$$(2) \quad g_i = 1/(F_i + U)$$

gesetzt. Für große  $F_i$  geht (2) in (2b) über, für kleine in (2a).  $U$  ist willkürlich vorzugeben. Im allgemeinen wurde

$$(3) \quad U = F_i^{\max},$$

also gleich dem größten vorkommenden  $F_i$  gesetzt. Der Einfluß anders gewählter  $U$  auf die Anpassung ist sehr gering.

In Kapitel 3.21 wurde gezeigt, daß alle Parameter unabhängig voneinander nacheinander variiert werden können. Ausgehend von einer Näherungslösung mit den Parametern  $P_j$  und dem zu verbessernden Parameter  $P_k$  errechnet man

$$(4a) \quad D_o = D(P_j, P_k)$$

nach (1) und weiterhin

$$(4b) \quad (4c) \quad D_1 = D(P_j, P_k + \Delta P_k) \quad ; \quad D_{-1} = D(P_j, P_k - \Delta P_k)$$

mit einem um  $\pm \Delta P_k$  variiertem  $P_k$ .

Nennt man den Wert des Parameters  $P_k$ , bei dem  $D$  den kleinstmöglichen Wert  $\hat{D}$  annimmt,  $\hat{P}_k$ , so ist

$$(5) \quad \hat{D} = D(P_j, \hat{P}_k) < D(P_j, \hat{P}_k + \Delta P_k)$$

In erster Näherung wird gelten

$$(6) \quad D = \hat{D} + \alpha (\Delta P_k)^2$$

Nach (6) ist damit aber auch eine Rechenvorschrift zur Bestimmung von  $\hat{P}_k$  gegeben. Man lege durch die Punkte

$$(P_k - \Delta P_k, D_{-1}) \quad ; \quad (P_k, D_0) \quad ; \quad (P_k + \Delta P_k, D_1) \text{ nach (4a, 4b, 4c)}$$

eine Parabel, der Punkt des Parabelminimums hat dann in guter Näherung die Koordinaten  $(\hat{P}_k, \hat{D})$ .

Bei dieser Art der Berechnung von  $\hat{P}_k$  ist auch eine Fehlerabschätzung möglich. Infolge der Unsicherheit, mit der jeder Meßwert behaftet ist, werden nicht nur alle Parameter um einen Betrag  $dP_k$  unsicher sein - dieser Betrag soll jetzt abgeschätzt werden - sondern es kann auch  $\hat{D}$  nur innerhalb einer Schranke  $d\hat{D}$  angegeben werden. Ist  $d\hat{D}$  bekannt, kann über (6) auch die Unsicherheit jedes Parameters angegeben werden:

$$(7) \quad D = \hat{D} + d\hat{D} = \hat{D} + \alpha (dP_k)^2 \quad ; \quad dP_k = \sqrt{\frac{d\hat{D}}{\alpha}} \quad .$$

Je kleiner  $\alpha$  ist (je weiter die Parabel geöffnet ist) und je größer  $d\hat{D}$  ist, desto unbestimmter ist die Lage des Parabelminimums.

In Analogie zu der üblichen Fehlerberechnung bei Durchschnittswertbildung kann das  $d\hat{D}$  definiert werden:

$$(8) \quad d\hat{D} = 4D/N$$

Für den Mittelwert  $\bar{X}$  von N Werten  $x_i$  ist

$$(5a) \quad D = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2 = \hat{D}$$

Für jeden anderen Wert  $X = \bar{X} + \Delta\bar{X}$  wird D größer:

$$(9) \quad D = \hat{D} + \Delta\hat{D} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X} - \Delta\bar{X})^2 = \\ \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^N \Delta\bar{X}^2 = \hat{D} + N\Delta\bar{X}^2$$

Setzt man als Maß für die Unsicherheit  $\Delta\bar{X}$  des Mittelwertes  $\bar{X}$  den einfachen statistischen Fehler  $d\bar{X}$  an:

$$(10) \quad d\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N(N-1)}} \quad \text{oder} \quad (d\bar{X})^2 \approx \hat{D}/N^2$$

so ergibt sich aus (9) und (10) als Maß für die Unsicherheit von D der Wert

$$(8a) \quad d\hat{D} = \hat{D}/N < D/N$$

Da aber in D bei der Optimalisierung des Parameters  $P_k$  nicht nur statistische Schwankungen eingehen, sondern auch die Ungenauigkeit aller anderen Parameter  $P_j$ , da weiterhin N sicher nicht als die Anzahl aller Meßwerte interpretiert werden darf, da es viele Punkte gibt, auf die der Parameter  $P_k$  keinen Einfluß hat, so haben wir anstelle (8a)

$$(8) \quad d\hat{D} = 4D/N$$

gesetzt. Die nach (7) und (8) errechneten Fehler sind im allgemeinen größer als die der statistischen. Sie sind aber hervorragend geeignet, Genauigkeiten verschiedener Messungen zu vergleichen. Außerdem kann man mit ihnen beurteilen, wann die sukzessive Näherung der Parameter ausreichend ist.

Über die nach (7) und (8) definierten Fehler werden die notwendigen Näherungsschritte festgelegt:

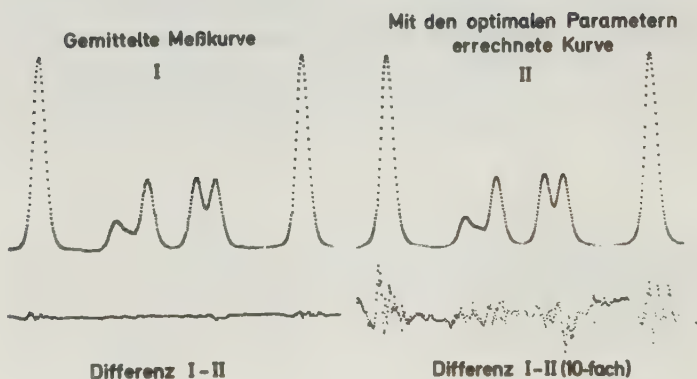
E i n Parameter P ist ausreichend genau bestimmt, wenn seine Variation eine Korrektur seines Wertes brachte, die kleiner als  $1/6$  von  $dP$  ist, worauf ein anderer Parameter variiert wird. (Dieses Kriterium tritt erst in Kraft, wenn alle Parameter schon einmal variiert worden sind. Im anderen Falle wird aus Rechenzeitgründen nur eine Variation durchgeführt.)

Alle Parameter sind ausreichend genau bestimmt, wenn nach der Variation aller Parameter das  $D$  um weniger als  $3/4$  des nach (8) errechneten  $\Delta D$  kleiner geworden ist.

Mit den so festgelegten Abbruchbedingungen konvergiert das Rechenverfahren so gut, daß in Einzelfällen nach 16 Näherungsschritten 5 Parameter so optimiert werden, daß die Summe der Abweichungsquadrate  $D$  dabei gegenüber der ersten Näherung auf  $1/100$  zurückging.

Figur 8 zeigt an einem Beispiel, wie gut der Ansatz (12) in Kapitel 3.21 die Meßwertkurve (Fig. 8, I) zu beschreiben vermag. Die errechnete Kurve (Fig. 8, II) gleicht der gemessenen so sehr, daß die Differenzen leider zehnfach überhöht dargestellt werden mußten, um die Abweichungen deutlich zu zeigen. An dieser Differenzkurve wurde auch erkannt, daß eine achtparametrische Darstellung (drei Aufspaltungsfaktoren, zwei Kurvenformparameter, Dunkelstrom, Amplitude und Lage der Hauptkomponente) nicht zur Kurvenbeschreibung ausreicht, sondern daß auch das Isotop Kupfer 63 trotz der kleinen Beimischung von nur 0.6 % zu Kupfer 65 mit zwei weiteren Parametern (Mischungsverhältnis Cu 65 - Cu 63, Isotopieverschiebung) in Rechnung gesetzt werden mußte. Die Differenzkurve reagiert sehr empfindlich auf Veränderungen der Aufspaltungsfaktoren. Schon eine Änderung der Aufspaltungsfaktoren um nur wenige Hundertstel mK läßt die mittlere Abweichung signifikant größer werden, ein anschaulicher Hinweis auf die Genauigkeit des Auswertverfahrens.

$$\lambda = 5782 \text{ \AA} \text{ Cu}^{65} (+0,6\% \text{ Cu}^{63})$$



Figur 8 Vergleich einer Meßwertkurve (I) und der ihr optimal angepaßten errechneten Kurve (II). Die Unterschiede in beiden Kurven sind im gleichen und im zehrfach überhöhten Maßstab dargestellt. Zur vollständigen Beschreibung der Kurve 2 werden 6 Parameter benötigt. Durch Variation zweier weiterer Parameter gelingt es, den Gehalt an Cu 63 und die Isotopieverschiebung Cu 65-Cu 63 zu bestimmen. Eine Andeutung von Cu 63 ist rechts von der ersten Komponente in Kurve I und II zu sehen.

Infolge der einfachen mathematischen Formulierung des Rechenverfahrens nimmt das Programm in der Rechenmaschine relativ wenig Platz ein (ohne Internprogramme 2000 Worte, dazu etwa 800 Worte für Daten). Da infolge der häufigen Anwendung der Genauigkeitskriterien (8) und (7) und Verwendung von Abbruchbedingungen bei der Berechnung der Funktionswerte überflüssige Rechnungen weitgehend vermieden werden, ist das Programm geeignet, auch an kleinen und langsamen Digitalrechnern verwendet zu werden. (Beispielsweise werden keine Funktionswerte berechnet, die kleiner als  $\sqrt{1/N}$  der mittleren Abweichung von Meßkurve und errechneter Kurve sind; die Funktionswertberechnung ist umso genauer, je größer die Zahl N der Meßwerte ist und besonders, je größer die Übereinstimmung der beiden Kurven ist.)

Weiterhin ist das Programm so aufgebaut, daß es für die verschiedensten Probleme benützt werden kann. Der Teil des Programms, in dem die bei jedem physikalischen Problem anderen Lage- und Intensitätsbeziehungen stehen, ist als sogenannte "procedure" geschrieben. Die verschiedenen Prozeduren sind austauschbar, so daß am eigentlichen Auswertprogramm keine Änderungen anzu- bringen sind, wenn verschiedene Probleme behandelt werden. In der Prozedur stehen im wesentlichen die Formeln für die HFS-Aufspaltung in der üblichen mathematischen Form. Das Schreiben einer Prozedur erfordert somit keine weitergehenden Kenntnisse im Programmieren.

### 3.3 Zugrundegelegte HFS-Aufspaltungsfaktoren

Um bei der Auswertung der "Überlagerungen" möglichst wenig Parameter optimalisieren zu müssen, sollten die Aufspaltungsfaktoren der Terme  $6S_{1/2}$ ,  $6P_{1/2}$  und  $6P_{3/2}$  der Isotope Cs 133, 134, 135 und 137 sehr genau, auf etwa 1/100 mK, vorgegeben werden.

Über die Aufspaltung der  $6S_{1/2}$  Grundzustände existieren sehr genaue Atomstrahl-Resonanzmessungen. Die Meßwerte an Cs 133 von Essen und Parry (/EP 55/), (/MHEP 58/) sind auf  $1:10^{-9}$  genau (Cs-Atomuhr). Stroke e.a. (/SJEW 57/) haben ähnlich genau die Aufspaltung an den Termen der anderen Isotope bestimmt. Aus den gemessenen Übergangsfrequenzen lassen sich unter Verwendung des Wertes von  $c = 299,766 \cdot 10^8$  cm/s (/LB 50/) für die Lichtgeschwindigkeit und unter Berücksichtigung der bekannten Kerndrehimpulse für Cs 133 (/Co 34/), Cs 134 (/JBS 52/), Cs 135 (/Na 49/) und Cs 137 (/Da 49/) die Aufspaltungsfaktoren berechnen.

T a b e l l e 3

Übersicht über die Aufspaltungsfaktoren der Cs I  $6s^2S_{1/2}$  Terme, die gyromagnetischen Verhältnisse  $g_I$  (bezogen auf Cs 133) und die HFS-Anomalien  $\Delta$ .

$$\text{Isotop } A(6S_{1/2})/\text{mK} \quad g_I/g_I(\text{Cs133}) \quad {}^1\Delta^2 = \frac{g(2)}{g(1)} \frac{A(1)}{A(2)} - 1$$

|       |         |             |                                                     |
|-------|---------|-------------|-----------------------------------------------------|
| Cs133 | 76.6610 | 1.00000     | —                                                   |
| Cs134 | 77.6394 | 1.01447(29) | ${}^{134}\Delta^{133} = (169 \pm 30) \cdot 10^{-5}$ |
| Cs135 | 81.0925 | 1.05820(8)  | ${}^{135}\Delta^{133} = (37 \pm 9) \cdot 10^{-5}$   |
| Cs137 | 84.3574 | 1.10047(15) | ${}^{137}\Delta^{135} = (-20 \pm 9) \cdot 10^{-5}$  |

Weiterhin sind die Verhältnisse der gyromagnetischen Verhältnisse genau bekannt (/SJWE 57/); sie sind ebenfalls in Tabelle 3 angeführt. Die Verhältnisse der  $g_I$  und der A-Faktoren stimmen nicht genau überein. Diese

sogenannte HFS-Anomalie  $\mathcal{E}(1) - \mathcal{E}(2) = \frac{g_1 \cdot A_2}{g_2 \cdot A_1} - 1$  bzw.

$$\Delta^2 = \frac{g_2 \cdot A_1}{g_1 \cdot A_2} - 1$$

hat ähnliche Ursachen wie die ISV (/Sch 57/) (deshalb auch Tabelle 3) und beträgt im allgemeinen einige zehntel Promille.

Die HFS-Anomalie wird durch massen- und volumenabhängige Effekte hervorgerufen. Die massenabhängigen enthalten normale und spezifische Anteile (die Wellenfunktionen sind nicht ganz unabhängig von der reduzierten Masse), die volumenabhängigen werden nicht nur durch Unterschiede in der Kernladungsverteilung, sondern in noch stärkerem Maße durch Unterschiede in der Verteilung des kernmagnetischen Momentes im Kernvolumen hervorgerufen.

Der Aufspaltungsfaktor  $A(6P_{3/2})$  des  $6p^2P_{3/2}$  Terms ist nur am Cs 133 bestimmt worden (/BRS 56/). Die Meßgenauigkeit ist für ein Doppelresonanzexperiment relativ gering, was daher rührt, daß die natürliche Breite  $\Delta\nu_B$  der HFS-Niveaus infolge der kurzen Lebensdauer von  $\tau = 3.3 \cdot 10^{-8}$  s (/MZ 61, S. 146/) mit  $\Delta\nu_B \approx 27$  MHz (/BKO 59/) recht hoch ist. Die drei Übergangsfrequenzen sind in Tabelle 4 angeführt.

T a b e l l e 4

Gemessene Übergangsfrequenzen zwischen HFS-Niveaus des Terms  $6p^2P_{3/2}$  (Cs 133) nach (/BRS 56/)

| Übergang                  | Übergangsfrequenz   |
|---------------------------|---------------------|
| $F = 5 \rightarrow F = 4$ | $252.5 \pm 1.0$ MHz |
| $F = 4 \rightarrow F = 3$ | $203.0 \pm 1.1$ MHz |
| $F = 3 \rightarrow F = 2$ | $152.0 \pm 0.8$ MHz |

Die aus Tabelle 4 errechenbaren Werte für den A- und B-Faktor

$$A(6P_{3/2}, \text{Cs}133) = 50.67(11) \text{ MHz}$$

$$B(6P_{3/2}, \text{Cs}133) = -0.46(53) \text{ MHz}$$

(1)

lassen sich mit Hilfe genauerer Messungen am  $7F_{3/2}, \text{Cs}-133$  Term noch verbessern. Die Termbreite beträgt beim  $7P_{3/2}$ -Term nur 2.7 MHz (/BKO 59/).

Die Messungen am  $7P_{3/2}^2$ -Term sind von Althoff (/Al 55/) durchgeführt und von Bucka, Kopfermann und Otten (/BKO 59/) bestätigt worden (Tab. 5). Vernachlässigt man die Unterschiede der Sternheimerkorrekturen und der Rumpfpolarisationen bei dem  $7P_{3/2}$  und dem  $6P_{3/2}$ -Term (Näheres siehe Kapitel 4.6 (6)), so errechnet man für das Verhältnis des B- zum A-Faktor

$$(2) \quad (B/A)_{6P_{3/2}} \approx (B/A)_{7P_{3/2}} = -0.0101.$$

Wertet man unter Berücksichtigung von (2) die Messung von Tabelle 4 nochmals aus, so erhält man

$$(1a) \quad A(6P_{3/2}, Cs\ 133) = 50.60_8 \text{ (11) MHz}$$

anstelle (1). Aus (1a) und dem Wert für  $A(7P_{3/2}, Cs\ 133)$  aus Tabelle 5 errechnet sich für das Verhältnis der A-Faktoren des  $6P_{3/2}$ - und des  $7P_{3/2}$ -Terms

$$(3) \quad A(6P_{3/2})/A(7P_{3/2}) = 3.047.$$

Das gleiche Verhältnis sollte man auch erhalten, wenn man die Feinstrukturaufspaltung  $\Delta T$  der 6P und 7P-Terme vergleicht (/Mo 58/). Man erhält

$$(4) \quad \Delta T(6P)/\Delta T(7P) = 3.061$$

und bestätigt damit das Verhältnis (3).

Somit lassen sich aus dem  $A(7P_{3/2}, Cs\ 133)$ -Faktor unter Verwendung von (3) und der gyromagnetischen Verhältnisse in Tabelle 3 die  $A(7P_{3/2})$ - und  $A(6P_{3/2})$ -Faktoren aller Isotope berechnen (Tab. 5).

T a b e l l e 5

Aufspaltungsfaktoren der 6P- und 7P-Terme von Caesium

| Term                     | Cs 133                  | Cs 134                 | Cs 135                 | Cs 137                 |
|--------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $A(7F_{3/2})/\text{MHz}$ | 16.609( 5)              | 18.278( 6)             | 16.849( 7)             | 17.576( 6)             |
| $B(7F_{3/2})/\text{MHz}$ | -0.168(70)              | 18 ( 1)                | 2.156(84)              | 2.226(84)              |
| $A(7P_{1/2})/\text{MHz}$ | 100.2                   | -                      | -                      | -                      |
| $A(6P_{3/2})/\text{mK}$  | 1.688( 4)               | 1.858( 4)              | 1.713( 4)              | 1.786( 4)              |
| $B(6P_{3/2})/\text{mK}$  | -0.017( 7) <sup>+</sup> | 1.83 (10) <sup>+</sup> | 0.219( 9) <sup>+</sup> | 0.226( 9) <sup>+</sup> |
| $A(6P_{1/2})/\text{mK}$  | 9.743( 7)               | 10.772( 7)             | 9.884( 7)              | 10.310( 7)             |

+) Siehe Abschnitt 4.6

Literaturangaben und Berechnungen im Text

Bucka e.a. (/BKO 59/) haben mit einem Doppelresonanz-experiment am Spaltcaesium unter Verwendung der so errechneten  $A(7F_{3/2})$ -Faktoren auch die  $B(7F_{3/2})$ -Faktoren von Cs 135 und Cs 137 bestimmen können (Tab. 5). Vernachlässigt man wiederum Unterschiede in der Rumpfpolarisation und in den Sternheimerkorrekturen, so sind damit mit (2) und (3) auch die  $B(6P_{3/2})$ -Faktoren von Cs 135 und Cs 137 leicht errechenbar.

Die Frage nach den B-Faktoren von Cs 134 wurde erst in letzter Zeit beantwortet. Gleichzeitig mit unseren Messungen wurde ein Doppelresonanzexperiment von zu Puttlitz e.a. (/HPSch 66/) durchgeführt (Tab. 5). Infolge des recht großen Quadrupolmomentes von Cs 134 sind die B-Faktoren so groß, daß man bei der Errechnung des  $B(6P_{3/2})$  aus dem  $B(7F_{3/2})$  die Korrekturen infolge des Sternheimer-Effektes und der Rumpfpolarisation nicht mehr vernachlässigen darf. Die genaue Berechnung ist in Abschnitt 4.6 durchgeführt.

Noch schwieriger ist eine genaue Angabe der Größe von  $A(6P_{1/2})$ . Dieser A-Faktor wurde bisher noch nicht mit Radiofrequenzmethoden gemessen. Die aus optischen Experimenten erhaltenen Daten sind sehr ungenau und stimmen teilweise nicht überein. Tabelle 6 gibt einen Überblick über die gemessenen Werte.

T a b e l l e 6

Aufspaltungsfaktor des Terms  $6p^2P_{1/2}$  von Cs 133.

| Autor             | Zitat      | $A(6P_{1/2})/\text{mK}$ |
|-------------------|------------|-------------------------|
| D.A. Jackson      | (/Ja 34/)  | $9.75 \pm 0.5$          |
| L.P. Granath u.a. | (/GS 35/)  | $9.25 \pm 0.25$         |
| T. Fölsche        | (/Fö 37/)  | $9.25 \pm 0.04$         |
| H. Kleiman        | (/Kl 62/)  | $9.775 \pm 0.125$       |
| K.B. Erikson u.a. | (/EJN 64/) | $10.15 \pm 0.35$        |

Der  $A(7P_{1/2})$ -Faktor wurde dagegen mit einem Doppelresonanzexperiment von Bucka (/Bu 58/) am Cs 133 bestimmt (Tab. 5). Entsprechend den Überlegungen über die  $P_{3/2}$  Aufspaltungsfaktoren sollte es auch hier möglich sein, mit Gleichung (3) oder (4) das  $A(6P_{1/2})$  aus dem  $A(7P_{1/2})$  zu errechnen. Der so erhaltene Wert von 10.18 mK ist jedoch eindeutig größer als die direkt gemessenen.

Weiterhin sollte es möglich sein, den  $A(6P_{1/2})$ -Faktor aus dem  $A(6P_{3/2})$ -Faktor zu bestimmen. In nichtrelativistischer Näherung sollten die A-Faktoren umgekehrt proportional zu  $J \cdot (J + 1)$  sein. Der Wert von 8.44 mK erhöht sich durch relativistische Korrekturen (/Fo 56, S. 118/) auf 10.49 mK, ist also noch größer als der direkt gemessene Wert (siehe Abschnitt 4.6 (4)).

Die Übereinstimmung sowohl der Meßdaten unter sich, als auch von errechneten und gemessenen Werten ist so schlecht, daß wir beschlossen, den Aufspaltungsfaktor neu zu bestimmen. So haben wir alle unsere Testmessungen an reinem Cs 133 auf den  $6P_{1/2}$ -A-Faktor hin ausgewertet. Die Ergebnisse seien hier schon aufgeführt: Wir erhielten als gewogenes Mittel für

$$(5) \quad A(\text{Cs } 133, 6P_{1/2}) = (9.743 \pm 0.007) \text{ mK} \quad (/Hüw 66/).$$

Dieser Wert ist um etwa einen Faktor 10 genauer als der von den übrigen Autoren, da hier nicht mit Photoplatten, sondern mit einem photoelektrisch registrierenden PF gemessen wurde. Außerdem konnten wir infolge der verbesserten Kurvenanalyse mit Hilfe des neuen Auswertverfahrens (siehe Abschnitt 3.2) mehr Information aus den Meßkurven herausholen, als das bisher möglich war.

Aus dem  $6P_{1/2}$  Aufspaltungsfaktor von Cs 133 lassen sich mit Hilfe der bekannten Verhältnisse der gyromagnetischen Momente auch die  $A(6P_{1/2})$ -Faktoren von Cs 134, Cs 135 und Cs 137 errechnen (Tab. 5).

#### 4. AUSWERTUNG DER EINZELNEN VERSUCHE

##### 4.1 Auswertung der Messungen an reinem Cs 133

Insgesamt wurde der Übergang  $\text{Cs } 133 \text{ } 6p^2P_{1/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  sieben Mal (Fig. 3, Fig. 4) und die Linie  $\text{Cs } 133 \text{ } 6p^2P_{3/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  einmal vermessen (Fig. 13). Die Durchführung der Messungen und der Auswertungen erfolgte wie bereits beschrieben. Die verwendeten Dispersionsgebiete, die Anzahl der registrierten Interferenzordnungen und die Art der Verspiegelung der Interferenzplatten sind in Tab. 7, Anhang 1, angegeben.

Zunächst erfolgte die Auswertung nur auf den  $A(6P_{1/2})$  Aufspaltungsfaktor hin. Die Ergebnisse untereinander stimmten bis auf  $50 \mu\text{K}$  überein. Testweise wurde auch noch der  $A(6S_{1/2})$ -Faktor mitbestimmt; dabei zeigte sich, daß zwischen dem Literaturwert und den gefundenen Werten Abweichungen auftraten, die außerhalb der Fehlergrenzen lagen. Die Suche nach der Ursache dieser Diskrepanz ergab folgendes: Bei der großen relativen Meßgenauigkeit, mit der wir den  $A(6S_{1/2})$ -Faktor bestimmt haben ( $1 : 3 \cdot 10^4$ ) machen sich Ungenauigkeiten der Dispersionsgebietsbestimmungen, die die gleiche Größenordnung haben, bemerkbar.<sup>+</sup>) Um diese auszuschalten, wurden alle Auswertungen wiederholt.

Diesmal wurde der  $A(6S_{1/2})$ -Faktor fest eingegeben und der gesuchte  $A(6P_{1/2})$ -Faktor sowie die Größe des Dispersionsgebietes  $\checkmark$  optimal bestimmt. Der Einfluß der Änderung von  $\checkmark$  auf den Wert des  $A(6P_{1/2})$ -Faktors war gering. Trotzdem hielten wir eine möglichst genaue

---

<sup>+</sup>) Der optische Weg zwischen den Interferometerplatten ist auf etwa  $10 \mu\text{m}$  genau bekannt; bei einem Spiegelabstand von 20 mm entspricht das einer relativen Unsicherheit von  $5 \cdot 10^{-4}$ . Die Stärke des Distanzringes zwischen den Platten ist zwar genauer als auf  $10 \mu\text{m}$  meßbar, durch die Justierschrauben werden jedoch die Platten gegen den Ring gepreßt, wodurch sich dessen Stärke ändert. Weiterhin entsprechen die optischen Lichtwege nicht den wirklichen Wegen, da der Brechungsindex der dielektrischen Vielfachschichten und des Raumes zwischen den Platten nicht gleich 1 ist. Zusätzlich treten Phasensprünge an den reflektierenden Flächen auf.

Bestimmung von  $\mathcal{V}$  für sehr wichtig, da mit gleicher Justierung des Interferometers auch die meisten ISV-Messungen durchgeführt wurden. Die aus Versuch 1 bis 8 erhaltenen Werte für die Größe von  $\mathcal{V}$  wurden bei der Auswertung der übrigen Versuche verwendet. Sie sind in Tabelle 7, Anhang 1, mit angeführt.

Die sieben Werte für den  $A(6P_{1/2})$ -Faktor von Cs 133 stimmen sehr gut überein. Die angegebenen Fehler  $dP_A$  stellen die in Abschnitt 3.22 beschriebene Abschätzung auf Grund der Übereinstimmung von gemessenen und berechneten Kurven dar. Da der Mittelwert der Ergebnisse immer innerhalb der Fehlerbreite jeder Einzelmessung liegt, muß man schließen, daß die Fehlerabschätzung Werte für  $dP_A$  liefert, die eher größer als kleiner als der einfach statistische Fehler sind. In jedem Falle sollten aber die Verhältnisse der angegebenen Fehler ein Maß für die Genauigkeit der Einzelwerte untereinander sein.

Rechnet man den Durchschnitt aller Werte für  $A(6P_{1/2})$  aus, wobei alle das gleiche Gewicht erhalten; so lautet das Endergebnis

$$A(\text{Cs } 133, 6P_{1/2}) = (9.749 \pm 0.005_2) \text{ mK.}$$

Wir hielten es jedoch nicht für gerechtfertigt, die Durchschnittsbildung auf diese Weise durchzuführen und dabei alle Information über die Genauigkeit der Einzelwerte zu verwerfen. Unsere Durchschnittswerte wurden deswegen immer nach den in Anhang 3 angegebenen Formeln, die die Fehlerangaben  $dP_i$  der Einzelmessungen berücksichtigen, errechnet.

Führt man diese Rechnung für die Werte des  $A(6P_{1/2})$ -Faktors durch, so ergibt sich:

$$A(\text{Cs } 133, 6P_{1/2}) = (9.743 \pm 0.007) \text{ mK}$$

Der Fehler, der bei dieser Art von Durchschnittsbildung

errechnet wird, ist nach Anhang 3 - sofern die abgeschätzten Fehler  $dP_A$  der Einzelmessungen gleich den einfach statistischen Fehlern sind - um einen Faktor  $\sqrt{2}$  größer als der einfach statistische.

#### 4.2 Auswertung der Messungen an Spaltcaesium, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$

Die Versuche mit Spaltcaesium zur Messung der ISV an der Cs-Resonanzlinie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  wurden in gleicher Weise durchgeführt wie die an reinem Cs 133.

Drei Hohlkathoden wurden mit Spaltcaesium zweier Herkunftsorte und etwas verschiedener Zusammensetzung gefüllt. (Vergleiche Abschnitt 2.3). Mit diesen drei Hohlkathoden konnten 14 Messungen mit insgesamt 107 registrierten Interferenzordnungen durchgeführt werden. Die Registrierungen wurden überlagert. Dabei zeigte sich, daß es nicht nötig war, eine ganze Registrierung mit bis zu 21 Interferenzordnungen zu überlagern, um genügend glatte Meßwertkurven zu erhalten. 5 bis 10 Ordnungen erwiesen sich als durchaus ausreichend. Die Meßergebnisse wurden in bereits beschriebener Weise gemittelt.

Um eventuell vorhandene systematische Fehler bei der Auswertung feststellen zu können, haben wir die Versuchsbedingungen variiert. Einmal war es günstig, daß die Caesium-Gemische eine etwas unterschiedliche Zusammensetzung hatten, zum anderen wurden drei verschiedene Dispersionsgebiete verwendet. Durch diese Abwandlungen sollte eine möglicherweise schlechte Anpassung der Kurvenparameter, die eine ungenaue Bestimmung der ISV zur Folge hätte, erkannt werden. Im Gegensatz zu den HFS-Kurven, die bei Versuchen an reinem Cs 133 erhalten wurden, liegt nämlich keine HFS-Komponente auch nur halbwegs frei. Diesen Sachverhalt verdeutlichen die Figuren 7 und 4 von Versuch 10 und 11. Wie jedoch die Ergebnisse in Tabelle 8, Anhang 1, zeigen, bleiben die gefundenen Werte für die ISV gleich, unabhängig davon, in welcher Lagebeziehung auf Grund der verschiedenen Dispersionsgebiete die vier Liniengruppen zueinander

stehen. Bemerkenswert ist besonders, daß selbst Versuch 10, bei dem 6 HFS-Komponenten in der Registrierkurve unauflösbar zusammenfallen, auswertbar war. Die Ergebnisse von Versuch 11 sind genauer, da lichtstärkere Verspiegelungen der Interferometerplatten verwendet werden konnten und dementsprechend das Signal-Rausch-Verhältnis günstiger war.

Weiterhin bestand wegen der stark unaufgelösten HFS die Gefahr, daß die gefundenen Lösungen der Anpassung nicht eindeutig waren. Dann wäre es möglich, mit verschiedenen Sätzen von Parametern gleich gute Anpassungen zu konstruieren. Um Fehler dieser Art zu finden, haben wir bei einer Messung jedes Versuches die Anpassung mehrmals durchgeführt. Je ein Parameter  $P_i$  (z. B. ein Kurvenformparameter oder ein Mischungsverhältnis) wurde dabei um einen Betrag  $\Delta P_i$  falsch vorgegeben und nicht variiert. Die Größe von  $\Delta P_i$  betrug etwa das zehnfache des durch das Anpassungsprogramm abgeschätzten Fehlers  $dP_i$  des Parameters  $P_i$ . Die mit dem so vorgegebenen Parameter erhaltenen Anpassungen zeigten große systematische Abweichungen. Es gelang der Maschine nicht, die Verschlechterung durch Veränderungen  $\Delta P_k^{(i)}$  der übrigen Parameter  $P_k$  zu kompensieren. Die Veränderungen  $\Delta P_k^{(i)}$  blieben klein, d. h. in der Größenordnung von  $dP_k$ .

Bei den eigentlichen Anpassungen werden alle  $P_i$  mit einem Fehler  $dF_i$  bestimmt. Diese Unsicherheit muß sich - wenn auch aus dem oben erwähnten Grund nur schwach - auf den Parameter  $P_k$  auswirken, der dadurch zusätzlich zu seinem angegebenen Fehler noch um einen weiteren Betrag  $\bar{D}_k$  falsch sein kann. Dieses  $\bar{D}_k$  läßt sich mit Hilfe der Testanpassungen nach oben abschätzen. Die verwendeten Beziehungen sind in Anhang 4 abgeleitet. Die Größe des so errechneten systematischen Fehlers ist in den Tabellen in Anhang 1 mit angegeben. Als Gesamtfehler wurde die Summe vom statistischen und vom systematischen Fehler angegeben.

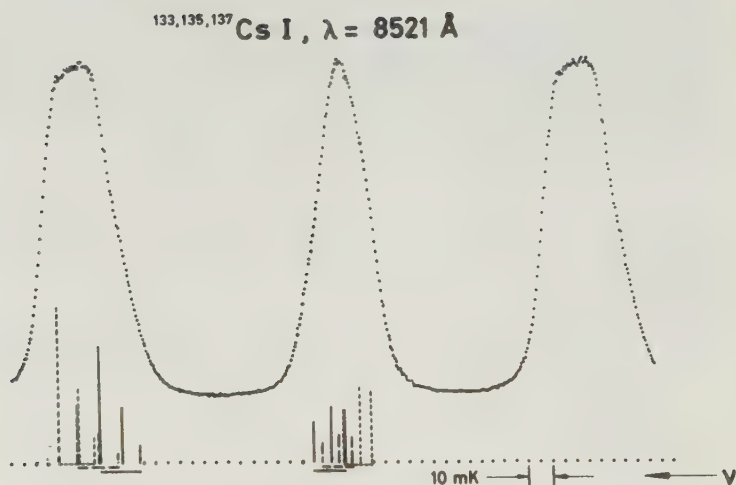
In Versuch 10 wurde auch die Hyperfeinstruktur des Überganges  $6p_{3/2}-6s_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  aufgenommen. Figur 9 zeigt eine Überlagerung dieser Messung. Die Struktur ist so wenig aufgelöst - in jeder HFS-Linie liegen 9 Komponenten! - daß eine Auswertung auch mit dem neuen Programm nicht direkt möglich ist. Die Verknüpfungen der Parameter untereinander und damit die systematischen Fehler sind zu groß, um eindeutige Aussagen besonders über die ISV (135 - 133) machen zu können. (Vgl. Abschnitt 4.5).

Die erzielten Ergebnisse seien noch einmal zusammengefaßt:

Die Auswertung von 107 Interferenzordnungen der Linie Cs I  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an Spaltcaesium zweier etwas verschiedener Zusammensetzungen und mit drei verschiedenen großen Dispersionsgebieten ergab

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{ISV}} (135 - 133) &= (-1.23 \pm 0.06) \text{ mK} \\ \Delta\nu_{\text{ISV}} (137 - 133) &= (-4.81 \pm 0.03) \text{ mK} \\ \Delta\nu_{\text{ISV}} (137 - 135) &= (-3.58 \pm 0.06) \text{ mK}\end{aligned}$$

Ohne das neue Auswertverfahren wäre diese einfache Versuchsdurchführung nicht möglich gewesen. Die Angabe für die ISV (137 - 133) wäre mindestens um einen Faktor 10 ungenauer geworden. Die Lage des Isotopes Cs 135 hätte wegen der geringen Linien-Intensität und der ungünstigen Lage seiner HFS-Komponenten zwischen denen der übrigen, häufigeren Isotope wahrscheinlich überhaupt nicht bestimmt werden können. Schließlich ist in keiner Registrierung auch nur eine Andeutung von Cs 135 zu sehen. Trotzdem konnte aus derart unaufgelösten HF-Strukturen die Lage der Cs 135 Komponenten auf 0.06 mK genau gemessen werden.



Figur 9 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Resonanzlinie  $6P_{3/2}-6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an Spaltcaesium. Die Lage der HFS-Komponenten von Cs 133 (.....), Cs 135 (-----) und Cs 137 (——) und ihre relativen Intensitäten sind eingezeichnet.

Obwohl alle Fehlerabschätzungen mit äußerster Sorgfalt gemacht wurden, schien es uns angebracht, die Genauigkeit der Ergebnisse zu überprüfen. So wurden die Versuche unter wesentlich verschiedenen und einfacheren Bedingungen wiederholt. Unter Zuhilfenahme des Massentrenners wurden Isotopengemische hergestellt, die

- 1) nur zwei und nicht drei Isotope enthielten und
- 2) deren Isotopenmischungsverhältnis etwa 1 : 1 war.

Messungen an diesen Gemischen sollten besonders in bezug auf Cs 135 genauere Ergebnisse liefern können. Weiterhin war zu hoffen, daß auch an der anderen Resonanzlinie  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  eine eindeutige Auswertung möglich sein würde. Die Durchführung und Auswertung der Messungen an eingestellten Isotopengemischen ist in den folgenden Kapiteln beschrieben.

#### 4.3 Auswertungen der Messungen an eingestellten Caesiumgemischen, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$

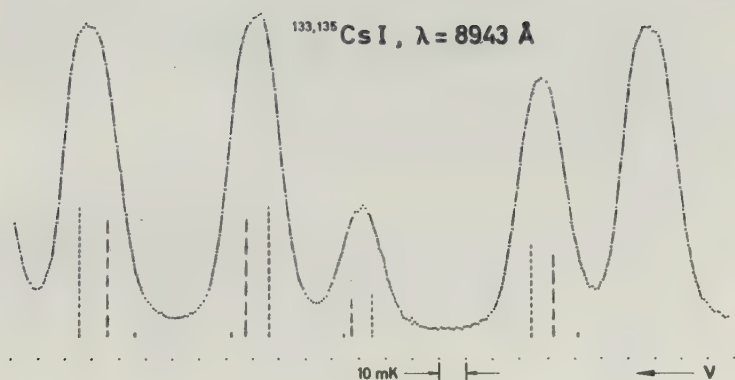
Zur Überprüfung der in Kapitel 4.2 angegebenen Werte für die ISV des Überganges  $6P_{1/2}-6S_{1/2}$   $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  wurden drei Versuche durchgeführt, in denen jeweils nur zwei der drei im Spaltcaesium vorkommenden Isotope untersucht werden sollten. Zusätzlich wurden zwei Messungen am Übergang  $6P_{3/2}-6S_{1/2}$  vorgenommen.

Alle Versuche wurden analog zu den bisher beschriebenen durchgeführt. Das Dispersionsgebiet betrug in allen Fällen 208,233 m $\mu$  (die Bestimmung dieser Größe siehe Abschnitt 4.1), unterschiedlich waren nur die Mischungsverhältnisse der Cs-Isotope (vgl. Tab. 2 und 9, Anhang 1). Die Interferometerplatten waren mit dielektrischen Vielfachschichten verspiegelt.

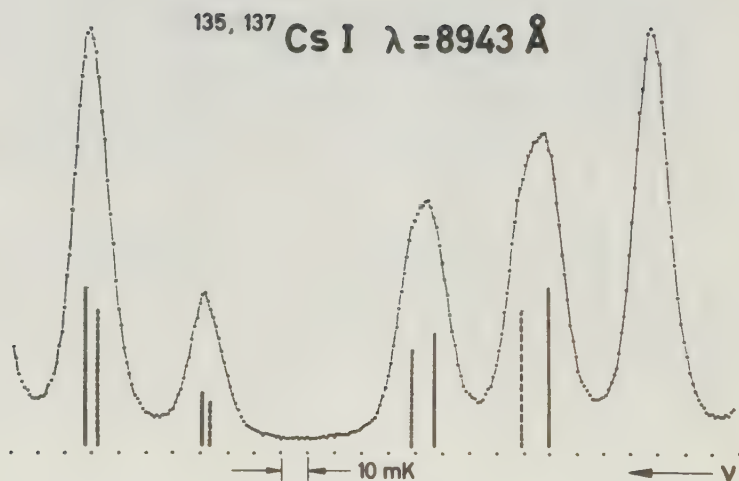
Jeder der drei Versuche sollte zur genauen Bestimmung einer der drei Isotopieverschiebungen dienen. Infolge eines Justierfehlers am Massentrenner enthielt die zweite Hohlkathode (Versuch 13) nur 4.5  $\mu$ g Cs gegenüber 9.5  $\mu$ g und 11.5  $\mu$ g bei der ersten und dritten Hohlkathode und 30...50  $\mu$ g bei den Versuchen am Spaltcaesium. Somit war die Meßgenauigkeit wegen des schlechteren Signal-Rausch-Verhältnisses nicht besser als in den vorangegangenen Versuchen.<sup>+)</sup>  Da dieser Versuch aber zur Bestimmung der ISV von Cs 137 - Cs 133 diente, wurde die Überprüfung der ISV zwischen Cs 135 und den anderen Isotopen davon nicht betroffen. Überlagerungen von Versuch 12, 13 und 14 sind in Figur 10, Figur 6 und Figur 11 dargestellt.

---

<sup>+)</sup>  Durch diesen Versuch sammelten wir Erfahrungen, die bei der Untersuchung von Cs 134 (Abschnitt 4.4) dazu führten, daß trotz ähnlich kleiner Substanzmengen das beste Signal-Rausch-Verhältnis aller Versuche erzielt werden konnte.



**Figur 10** Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $6^2P_{1/2}-6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8943 \text{ Å}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 135 (Versuch 12). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten von Cs 133 (.....) und Cs 135 (-----) sowie die aus dieser Meßkurve errechnete Verunreinigung von Cs 137, die aus Messung der Cs 137-Aktivität bestätigt werden konnte, ist angegeben.



Figur 11 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $6^2\text{P}_{1/2} - 6\text{S}_{1/2}$ ,  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 135 und Cs 137 (Versuch 14). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten von Cs 135 (-----) und Cs 137 (—) ist angegeben.

Die Datenaufbereitung und Auswertung mit Durchschnittsbildung und Abschätzung systematischer Fehler erfolgte wie bei den vorangegangenen Versuchen.

Die erzielten Ergebnisse sind in Tabelle 9, Anhang 1 aufgeführt. Sie stimmen in hervorragender Weise mit den Ergebnissen überein, die unter Verwendung von Spaltcaesium erhalten wurden (letzte Spalte von Tab. 9).

Es ist damit an einem Beispiel gezeigt worden, daß das neue Auswertverfahren in der Lage ist, aus stark unaufgelösten Hyperfeinstrukturen, die mit normaler Registriertechnik aufgenommen wurden, Meßergebnisse zu gewinnen, deren Genauigkeitsgrad bisher spektroskopisch noch nicht erreicht werden konnte.

Das Endergebnis für die ISV der Isotope Cs 133, Cs 135 und Cs 137 in der Linie  $6p^2P_{1/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an 5 unterschiedlichen Isotopenmischungen und 3 verschiedenen Dispersionsgebieten in 26 Messungen mit zusammen 201 registrierten Interferenzordnungen, lautet:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{ISV}} (135 - 133) &= (-1.23 \pm 0.04) \text{ mK} \\ \Delta\nu_{\text{ISV}} (137 - 133) &= (-4.81 \pm 0.03) \text{ mK} \\ \Delta\nu_{\text{ISV}} (137 - 135) &= (-3.57 \pm 0.05) \text{ mK}.\end{aligned}$$

Wir verzichteten darauf, über die notwendigerweise gültige Beziehung

$$\Delta\nu_{\text{ISV}} (137-135) + \Delta\nu_{\text{ISV}} (135-133) = \Delta\nu_{\text{ISV}} (137-133)$$

die Fehlerschranken noch etwas zu verkleinern.

Die Auswertung aller Messungen an der Resonanzlinie  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  erfolgt in Abschnitt 4.5.

#### 4.4 Auswertung der Messungen von Cs 134, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$

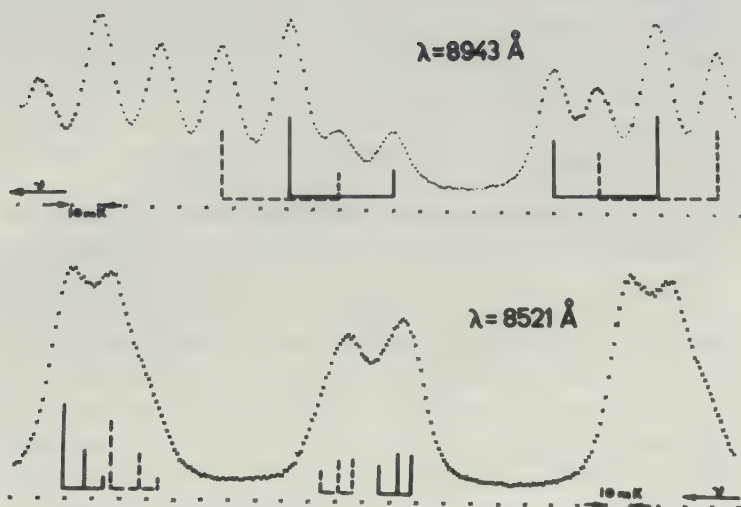
Im letzten Kapitel war gezeigt worden, daß das neue Auswertverfahren im Falle der Cs-Resonanzlinie

$\lambda = 8943 \text{ \AA}$  Ergebnisse liefert, die keinen merklichen systematischen Fehler enthalten und deren Genauigkeit zum großen Teil vom Signal-Rausch-Verhältnis der Registrierung abhängt.

Unter diesen Umständen erschien es sinnvoll, auch einen Versuch an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 134 zu unternehmen, um die ISV (134 - 133) zu bestimmen. Eine größere Anzahl von Versuchen verbot sich wegen der damit verbundenen starken radioaktiven Verseuchung der Apparaturen.

Obwohl bei einem Versuch natürlich keine größeren Variationen der Versuchsbedingungen durchführbar sind, sollte das Meßergebnis ähnlich genau sein - gutes Signal-Rausch-Verhältnis vorausgesetzt - wie das bei den anderen Versuchen. Die Verschlechterung, die aus der geringen Anzahl der Versuche resultieren muß, sollte durch die gute Auflösung der HFS kompensiert werden (Fig. 12, obere Kurve). In der Tat ist der nichtstatische Fehler  $\bar{D}$  besonders klein (Tab. 10, Anhang 1). Cs 134 hat wegen seiner um  $1/2$  größeren Kerndrehimpulsquantenzahl gegenüber Cs 133 eine merklich verschiedene Aufspaltung der Resonanzlinien. Die ISV (134 - 133) hätte auch ohne das neue Auswertverfahren recht genau bestimmt werden können.

Das durch die Neutronenaktivierung aus Cs 133 gewonnene Cs 134 wurde zusammen mit einer etwa gleichgroßen Menge Cs 133 mit Hilfe des Massentrenners in die Hohlkathode getrennt (siehe Abschnitt 2.3). Die Isotopenmischungsverhältnisse sind in Tabelle 2 und auch Tabelle 10, Anhang I, angegeben. Die Gesamtmenge an Cs betrug  $5.2 \mu\text{g}$ . Die Anregung der Resonanzlinien war im Vergleich zu den vorangegan-



**Figur 12** Überlagerte Meßwertkurven der HFS der Cs-Resonanzlinien, gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 134 (Versuch 15). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten von Cs 133 (—) und Cs 134 (-----) sind angegeben.

Aus der unteren Kurve konnte neben der Isotopieverschiebung aus der Kurvenform auch der E-Faktor bestimmt werden. Das Vorhandensein des E-Faktors zeigt sich in der leichten Welle an der rechten Flanke der ersten Komponentengruppe.

genen Versuchen ungewöhnlich gut, so daß bei kleineren Stromstärken (= kleinerem Cs-Abbrand) von 5...7 mA vier Messungen an der Linie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  und eine an der Linie  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  möglich waren. Das Ergebnis für die ISV der Isotope Cs 133 und Cs 134 in der Linie  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  lautet

$$\Delta\nu_{\text{ISV}}(134 - 133) = (+1.17 \pm 0.07) \text{ mK}$$

Es wurde entsprechend den vorangegangenen Versuchen errechnet.

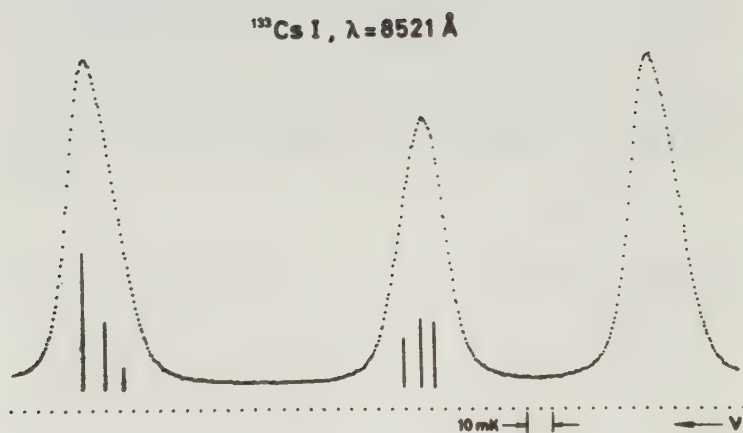
#### 4.5 Auswertung der Messungen an der Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$

Die HFS des Überganges  $6F_{3/2} - 6S_{1/2}$   $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  ist wesentlich unaufgelöster als die des bisher behandelten ( $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ ). Eine Registrierung an reinem Cs 133 zeigt diesen Sachverhalt (Fig. 13). Der Aufspaltungsfaktor des  $P_{3/2}$  Terms beträgt nur etwa 1.7 mK gegenüber fast 10 mK beim  $P_{1/2}$  Term. Außerdem spaltet der  $P_{3/2}$  Term in 4 HFS-Niveaus auf, so daß die HFS eines reinen Nuklides aus zwei Komponentengruppen besteht, die sich aus je drei fast zusammenfallenden Einzelkomponenten zusammensetzen.

Obwohl die Größen aller Aufspaltungsfaktoren (bis auf den B-Faktor von Cs 134) bekannt waren, mußte befürchtet werden, daß die HFS von Isotopenmischungen zweier Isotope und erst recht von Spaltcaesium (3 Isotope) nicht eindeutig auswertbar sein würden. Die Ergebnisse für die ISV könnten damit bestenfalls noch grobe Näherungswerte darstellen. Trotzdem wurde die HFS dieses Überganges in verschiedenen Fällen registriert.

Am vielversprechendsten erschien noch die Auswertung der Registrierungen von Cs 133 - Cs 134 (Versuch 15). Figur 12, untere Kurve, zeigt, daß wegen des unterschiedlichen Kerndrehimpulses der beiden Isotope die Komponentengruppen des Überganges teilweise getrennt liegen. Zusätzlich zeigt die linke Komponentengruppe noch eine merkliche Welle an ihrer rechten Seite.

Leider war zur Zeit der Auswertung der genaue Wert eines B-Faktors von Cs 134 noch nicht bekannt. Nach einer privaten Mitteilung von zu Putlitz sollte er fast das Zehnfache des Wertes von  $B(6F_{3/2}, \text{Cs } 135)$  betragen. Auf die Bestimmung der ISV sollte diese Unsicherheit aber keinen Einfluß haben, da nicht nur der Schwerpunkt des Überganges, sondern auch die Lage des Schwerpunktes einer Komponentengruppe bei einem  $P_{3/2} - S_{1/2}$



Figur 13 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $6P_{3/2}-6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an reinem Cs 133 (Versuch 8). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten ist angegeben.

Übergang unabhängig vom Wert des B-Faktors ist. Der B-Faktor sollte nur den Abfall der Linienflanken modellieren.

Bei der digitalen Auswertung der Überlagerungen wurden zunächst alle Aufspaltungsfaktoren von Cs 133 und Cs 134 fest vorgegeben. Für den B-Faktor von Cs 134 wurde willkürlich der Wert 2.08 mK gewählt. Die ISV(134-133) ergab sich zu

$$\Delta\nu_{\text{ISV}}(134 - 133, \lambda = 8521 \text{ \AA}) = (1.21 \pm 0.08) \text{ mK}$$

gegenüber

$$\Delta\nu_{\text{ISV}}(134 - 133, \lambda = 8943 \text{ \AA}) = (1.17 \pm 0.07) \text{ mK}$$

an dem Übergang  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  (siehe Tab. 10 und 11).

Dieses genaue Ergebnis und der kleine nichtstatistische Fehler  $\bar{D}$  ermutigten uns, neben der ISV auch den B-Faktor von Cs 134 zu variieren. Wir erhielten

$$B(6P_{3/2}, \text{Cs } 134) = (1.49 \pm 0.15) \text{ mK}.$$

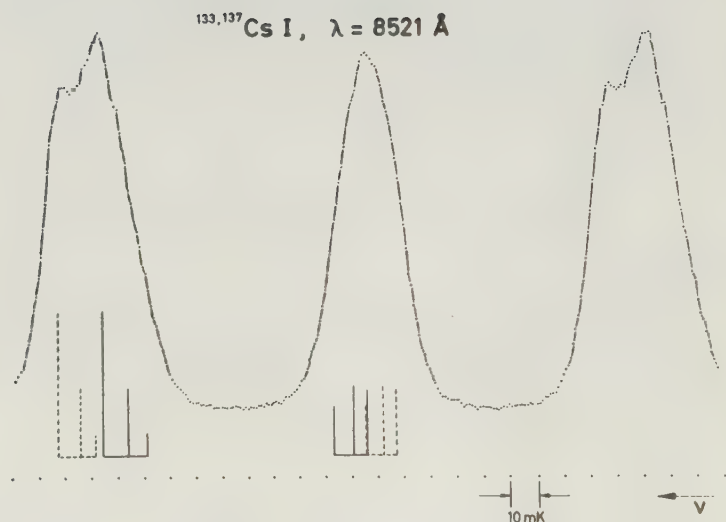
Dabei stieg der Wert für die  $\Delta\nu_{\text{ISV}}(134 - 133)$  von  $+(1.21 \pm 0.08) \text{ mK}$  auf  $+(1.25 \pm 0.08) \text{ mK}$ . Unter Berücksichtigung der dritten Stelle hinter dem Komma (1  $\mu\text{K}$ ) ergibt sich eine Verknüpfung der Werte für die ISV und den B-Faktor der Gestalt

$$\Delta_{\text{ISV}} = -0.073 \Delta B.$$

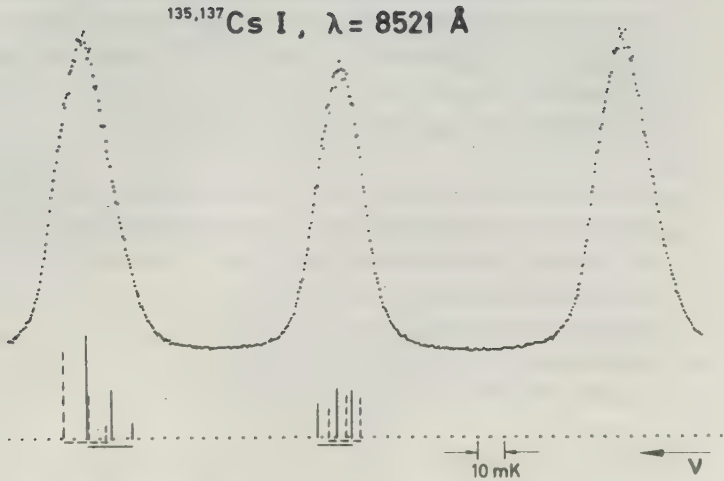
Wie in Abschnitt 4.6 näher abgehandelt wird, soll sich nach der später erschienenen Arbeit von Heinzelmann, zu Putlitz und Schenck (/HPSch 66/), die den B-Faktor des Terms  $7P_{3/2}$  bestimmt haben, der B-Faktor des Terms  $6P_{3/2}$  nach einer nicht unbedingt zwingenden Umrechnung zu  $B = 1.8 \text{ mK}$  ergeben. Nimmt man diesen Wert als richtig an, so erhalten wir als Endergebnis für die ISV von Cs 134 gegen Cs 133

$$\Delta\nu_{\text{ISV}}(134-133, \lambda = 8521 \text{ \AA}) = +(1.23 \pm 0.08) \text{ mK}.$$

Weiterhin wurden Messungen der ISV an den Gemischen Cs 133-Cs 137 (Versuch 13, Fig. 14) und Cs 135-Cs 137 (Versuch 14, Fig. 15) ausgewertet. Die Gemische wurden



Figur 14 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $6F_{3/2}-6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 137 (Versuch 13). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten von Cs 133 (.....) und Cs 137 (—) sind angegeben.



Figur 15 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie  $6P_{3/2}-6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 135 und Cs 137 (Versuch 14). Die Lage und relative Intensität der HFS-Komponenten von Cs 135 (-----) und Cs 137 (——) sind angegeben.

nach dem in Abschnitt 2.3 angegebenen Verfahren hergestellt. Die HFS der erstgenannten Messung ist stärker aufgelöst als die der zweiten, dafür ist das Signal-Rausch-Verhältnis ungünstiger. Die Ergebnisse der Auswertungen sind in Tabelle 11 angegeben. Fehlerangaben usw. sind wie üblich errechnet worden. Aus Testgründen wurden auch die B-Faktoren des  $P_{3/2}$  Terms aller Isotope bestimmt. Die errechneten Werte sind innerhalb der Fehlergrenzen (ca. 0.1 mK ohne nichtstatistische Fehler) in Übereinstimmung mit den Literaturwerten.

Die Meßwertkurven des gleichen Überganges von Spalt-caesium mit ursprünglichem Mischungsverhältnis (Versuch 11, Fig. 9) war infolge der unaufgelösten Struktur nur noch mit Zusatzannahmen auswertbar. Bei 12 verschiedenen Anpassungen zeigte sich, daß die ISV (137 - 133) noch aus den Kurven zu bestimmen ist; die ISV (135 - 133) ist jedoch nur bei Vorgabe der ISV (137 - 135) angebbbar.

Zunächst wurden die beiden Messungen von Versuch 12 wie üblich auf die beiden Isotopieverschiebungen und die Isotopenmischungsverhältnisse hin ausgewertet. Für die ISV (137 - 133) erhielten wir  $(-4.84 \pm 0.09)$  mK. Als Fehler sind die größten Abweichungen der Einzelwerte angegeben. Legt man die ISV (137 - 135) nach Versuch 14 zu  $-3.66$  mK fest, erhält man für die ISV (137 - 133) je nach Messung und bei teilweiser Vorgabe des Isotopenmischungsverhältnisses von Cs 135 zu Cs 137  $(-4.85 \pm 0.07)$  mK.

Trotz der Übereinstimmung der beiden angegebenen Werte für die ISV (137 - 133) gibt es zwei Abhängigkeiten von anderen Parametern, die sich jedoch bei der Anpassung ohne Zusatzannahmen gegenseitig kompensieren. Einmal wirkt eine Änderung der ISV (137 - 135) auf den Wert der ISV (137 - 133) zurück nach der Beziehung

$$\Delta \text{ISV}(137-133) = 0.3 \Delta \text{ISV}(137-135)$$

zweitens bewirkt eine Erhöhung des angenommenen Wertes für den Gehalt an Cs 135 von 16.1 % auf 17.1 % eine Abnahme der ISV (137 - 133) um 0.06 mK. Wegen dieser Abhängigkeiten muß als endgültiges Ergebnis von Versuch 12 für die ISV (137 - 133) angegeben werden:

$$\Delta \nu_{\text{ISV}}(137-133, \lambda = 8521 \text{ \AA}) = -(4.85 \pm 0.15) \text{ mK}$$

Die ISV (135 - 133) ist durch eine übliche Anpassung aus der Spaltcaesiumkurve nicht bestimmbar. Auch die Isotopenmischungsverhältnisse werden fehlerhaft ausgerechnet. Selbst bei Vorgabe der richtigen Mischungsverhältnisse konnten wir nur unwesentlich verbesserte Werte für die ISV (135 - 133) erhalten. Deshalb haben wir bei weiteren Anpassungen den aus Versuch 14 erhaltenen Wert für die ISV (137 - 135) vorgegeben. Als Folge davon wurden die Isotopenmischungsverhältnisse richtig bestimmt, und die gesuchte ISV (135 - 133) nahm je nach Messung und sonstigen vorgegebenen Parametern Werte zwischen -1,12 mK und -1,30 mK an. Der Mittelwert beträgt somit  $(-1,21 \pm 0,09) \text{ mK}$ , der angegebene Fehler schließt wieder alle Einzelwerte ein.

Die Abhängigkeit von anderen Parametern ist recht stark. Zunächst gilt:

$$\Delta \text{ISV}(135-133) = -0,7 \Delta \text{ISV}(137-135).$$

Weiterhin erniedrigt eine Erhöhung des Cs 135 Anteiles von 16,1 % auf 17,1 % die ISV um 0,05 mK. Abweichungen bei den übrigen Parametern beeinflussen die ISV nur unwesentlich. Wegen aller dieser Abhängigkeiten muß der Fehler der ISV (135 - 133) - selbst bei Vorgabe von ISV (137 - 135) mit -3,66 mK - auf 0,15 mK erhöht werden. Das Ergebnis lautet damit

$$\Delta \nu_{\text{ISV}}(135-133, \lambda = 8521 \text{ \AA}) = (-1,21 \pm 0,15) \text{ mK}$$

Die Zahlenwerte für die ISV (137 - 133), die aus Versuch 11 und 13 gewonnen wurden, lassen sich in üblicher Weise zusammenfassen. Der Durchschnittswert beträgt:

$$\Delta \nu_{\text{ISV}}(137-133, \lambda = 8521 \text{ \AA}) = (-4,76 \pm 10) \text{ mK}$$

Auch bei diesen Ergebnissen verzichteten wir darauf,  
über die Beziehung

$$\Delta\nu_{\text{ISV}}(137-135) + \Delta\nu_{\text{ISV}}(135-133) = \Delta\nu_{\text{ISV}}(137-133)$$

die Werte einander anzugleichen und die Fehler dadurch einzuschränken.

Alle Meßergebnisse an dem Übergang  $6P_{3/2} - 6S_{1/2}$

$\lambda = 8521 \text{ \AA}$  sind in Tabelle 11, Anhang 1 zusammengestellt.

#### 4.6 Der B-Faktor des $6P_{3/2}$ - Terms von Cs 134

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Wert des B-Faktors des  $6P_{3/2}$  Terms von Cs 134, wie er aus unseren Messungen bestimmt wurde, zu

- (1a)  $B(6P_{3/2}, Cs134) = (1.49 \pm 0.15) \text{ mK}$   
angegeben. Nach Abschluß unserer Messungen veröffentlichten Heinzelmann, zu Putlitz und Schenk (/HPSch 66/) einen Wert von  $18 \pm 1 \text{ MHz}$  für den B-Faktor des  $7P_{3/2}$  Terms von Cs 134. Mit dem in Abschnitt 3.3, Gleichung (2) und (3) angegebenen Umrechnungsfaktor müßte danach

- (1b)  $B(6P_{3/2}) = 1.8_{-0.1}^{+0.1} \text{ mK}$

sein. An diesem Zahlenwert müssen noch Korrekturen infolge der unterschiedlichen Sternheimer-Korrekturen und Rumpfpolarisationen angebracht werden. Ob außerdem noch Konfigurationsmischungen eine Rolle spielen, soll hier nicht abgeschätzt werden.

In Analogie zu den Verhältnissen beim Rubidium (/PSch 65/) und nach Rechnungen von Sternheimer (/St 57/) ist anzunehmen, daß die durch die Rumpfelektronen hervorgerufene Verstärkung (anti-shielding) der Wirkung des Kernquadrupolmomentes auf den  $6P_{3/2}$  - Term um 3 % größer ist als auf den  $7P_{3/2}$  - Term. Danach müßte das  $B(6P_{3/2})$  sogar 1.88 mK betragen. Die Rumpfpolarisation verringert diesen Wert wieder, wie die folgende Rechnung zeigt.

Die Abschätzung des Einflusses der Rumpfpolarisation auf die Aufspaltungsfaktoren von Cs soll analog zu den entsprechenden Berechnungen von zu Putlitz am Rubidium (/Pu 66/) erfolgen. Das umlaufende p-Elektron mischt die Eigenfunktionen der abgeschlossenen S-Schalen mit dem der leeren S-Schalen. Als Folge davon sind die Aufspaltungsfaktoren  $A_J$  der 6P-Terme auch bei dem Einelektronenspektrum nicht gleich den  $a_J$  Faktoren des p-Elektrons sondern es gilt

- (2)  $A_J = a_J + (g_J - 1) \chi_{ss}$  .

Dabei ist  $g_j$  der Landé Faktor des  $p_{1/2}$  bzw. des  $p_{3/2}$  Elektrons und  $\chi_{ss}$  der von  $J$  unabhängige Einfluß der 5s-6s Mischung durch die Polarisation. Setzt man die Werte für  $g_j$  ein, so erhält man

$$(3) \quad A_{3/2} + A_{1/2} = a_{3/2} + a_{1/2}$$

Weiterhin gilt die schon im Abschnitt 3.3 verwendete Formel für den Zusammenhang der  $a_j$ :

$$(4) \quad a_{1/2} : a_{3/2} = 5 F_{r,1/2} : F_{r,3/2}$$

Die relativistischen Korrekturfaktoren  $F_r$  von Casimir sind in (/Ko 56/) tabelliert.

Aus (3) und (4) und den gemessenen A-Faktoren der 6p und 7p Terme (Tab. 5) lassen sich die  $a_j$  errechnen. Man erhält

$$(5) \quad \begin{aligned} a_{6p1/2} &= 9.855 \text{ mK anstelle } A(6p_{1/2}) = 9.743 \text{ mK} \\ a_{6p3/2} &= 1.576 \text{ mK anstelle } A(6p_{3/2}) = 1.688 \text{ mK} \\ a_{7p1/2} &= 100.7 \text{ MHz anstelle } A(7p_{1/2}) = 100.2 \text{ MHz} \\ a_{7p3/2} &= 16.106 \text{ MHz anstelle } A(7p_{3/2}) = 16.609 \text{ MHz} \\ &\quad (0.537_4 \text{ mK}) \end{aligned}$$

Die Größe eines E-Faktors ist proportional zum Kern-Quadrupolmoment und zum Erwartungswert  $\langle r^{-3} \rangle$  und damit zu  $a_j$  (/Ko 56, S. 142/). Somit gilt

$$(6) \quad B(6p_{3/2}) = B(7p_{3/2}) \cdot a_{6p3/2} / a_{7p3/2}$$

(Diese Beziehung wurde in Abschnitt 3.3 (2) verwendet. Es wurden nur wegen der Vernachlässigung der Humpfpolarisation die  $a_j$  gleich den  $A_j$  gesetzt.) Das Verhältnis

$$A(6p_{3/2})/A(7p_{3/2}) = 3.047$$

ist 4 % größer als das aus (5) errechnete Verhältnis

$$a(6p_{3/2})/a(7p_{3/2}) = 2.93$$

Somit sind in Tabelle 5 alle B-Faktoren der  $6f_{3/2}$  Terme bei Vernachlässigung der Sternheimer-Korrektur um 4 % zu groß errechnet worden. Das spielt bei Cs 133, Cs 135 und Cs 137 keine Rolle, da die B-Faktoren klein sind, bei Cs 134 dagegen beträgt die Korrektur -0.07 mK.

Unter Berücksichtigung von Sternheimer- und Rumpfpolarisationskorrekturen errechnet man somit aus dem gemessenen  $B(7P_{3/2}, Cs\ 134)$  ein  $B(6P_{3/2}, Cs134)$  von 1.81 mK. Die Unsicherheit der Korrekturen dürfte etwa 30 % betragen. Der Fehler des berechneten  $B(6P_{3/2})$ -Faktors muß somit noch um 0.04 mK erhöht werden.

Vergleicht man das berechnete

$$(8a) \quad B(6P_{3/2}, Cs134)_{\text{ber.}} = (1.81 \pm 0.14) \text{ mK}$$

und das von uns gemessene von

$$(8b) \quad B(6P_{3/2}, Cs134)_{\text{gem.}} = (1.49 \pm 0.15) \text{ mK},$$

so stellt man immer noch eine Diskrepanz fest. Eine mögliche Ursache wäre, daß der B-Faktor in dieser Arbeit nur aus der Kurvenform abgeleitet wurde, die Angabe der Kurvenform einer Einzelkomponente aber gerade die unsicherste Stelle des Auswertprogrammes ist. Dagegen spricht, daß eine Variation der Kurvenformparameter den Wert des B-Faktors fast unverändert ließ. Außerdem konnte der B-Faktor von Cs 133, der ebenfalls nur aus der Kurvenform abgeleitet werden kann, aus der gleichen Meßwertkurve zu

$$(9a) \quad B(6P_{3/2}, Cs133)_{\text{gem.}} = (-0.03 \pm 0.09) \text{ mK}$$

in Übereinstimmung mit dem umgerechneten Literaturwert

$$(9b) \quad B(6P_{3/2}, Cs133)_{\text{ber.}} = (-0.017 \pm 0.007) \text{ mK}$$

von -0.017 mK bestimmt werden (in der Fehlerangabe in (9a) sind keine nichtstatistischen Fehler enthalten).

## 5. INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

### 5.1 Vergleich der Isotopieverschiebungen der beiden Caesium-Resonanzlinien $\lambda\lambda = 8943, 8521 \text{ \AA}$

#### 5.1.1 Differenz der Isotopieverschiebungen in den Linien

Tabelle 12 gibt eine Zusammenfassung der an den Cs I Resonanzlinien  $6p^2P_{1/2} - 6s^2S_{1/2}$  und  $6p^2P_{3/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda\lambda = 8943 \text{ \AA}$  und  $8521 \text{ \AA}$  gemessenen Isotopieverschiebungen.

T a b e l l e 1 2

Übersicht über die bei den Messungen erhaltenen Werte für die Isotopieverschiebung.

| Caesium-nuklide | $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{\text{I}} (\lambda=8943 \text{ \AA})$<br>mK | $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{\text{II}} (\lambda=8521 \text{ \AA})$<br>mK | II - I<br>[mK] |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------|
| 134 - 133       | $+1,17 \pm 0,05$                                                     | $+1,23 \pm 0,08$                                                      | $+ 0,06$       |
| 135 - 133       | $-1,23 \pm 0,04$                                                     | $-1,21 \pm 0,15$                                                      | $+ 0,02$       |
| 137 - 133       | $-4,81 \pm 0,03$                                                     | $-4,75 \pm 0,08$                                                      | $+ 0,06$       |
| 137 - 135       | $-3,57 \pm 0,05$                                                     | $-3,66 \pm 0,08$                                                      | $- 0,09$       |

Es fällt auf, daß die Differenz  $\Delta\nu(\lambda_2) - \Delta\nu(\lambda_1)$  der ISV zwischen zwei Nukliden sehr klein gegen die ISV selber ist und höchstens 0,09 mK beträgt. Dies erklärt sich aus den folgenden Gründen:

1. Der Volumeneffekt, der normale und der spezifische Effekt des  $6S_{1/2}$  - Terms gehen in die ISV beider Übergänge in gleicher Weise ein und heben sich bei der Differenzbildung heraus.
2. Der spezifische (Kopplungs-) Effekt in den Übergängen, hervorgerufen durch eine mögliche Kopplung des p-Elektrons mit dem Atomrumpf, ist durch die Gleichung

$$(1) \quad \Delta T_S = m_e \left( \frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_2} \right) R y \sum_{n n' l l'} A(1, 1') J^2(n', 1', n, 1)$$

gegeben. Da in die Summe nur die Hauptquantenzahlen  $n$  und die Bahndrehimpulsquantenzahlen  $l$  eingehen, ist  $\Delta T_S(^2P_{3/2}) = \Delta T_S(^2P_{1/2})$ , so daß sich auch dieser Anteil in  $\Delta \nu(\lambda_2) - \Delta \nu(\lambda_1)$  heraushebt.

3. Der normale Effekt in den P-Termen berechnet sich nach der Gleichung

$$(2) \quad T_N = m_e \left( \frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_2} \right) \cdot T \approx \frac{m_e}{M^2} \Delta M \cdot T$$

woraus sich eine Differenz  $\Delta T_N \approx 0.02 \text{ mK}$  ergibt.

4. Ein Volumeneffekt tritt nur im  $6P_{1/2}$ -Term, nicht hingegen im  $6P_{3/2}$ -Term auf, weil nur das  $p_{1/2}$ -Elektron infolge der relativistischen Korrekturen der nichtrelativistischen Schrödinger-Funktionen eine nichtverschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort hat. Dies gibt einen Beitrag zu der zu erklärenden Differenz  $\Delta \nu(\lambda_2) - \Delta \nu(\lambda_1)$ . Nach Ionescu-Pallas (/Ip 61/) gilt für den Zusammenhang zwischen dem Volumeneffekt eines  $s_{1/2}$  und eines  $p_{1/2}$ -Elektrons die Beziehung

$$(3) \quad T_{Vol}(p_{1/2}) = \frac{1-\mathfrak{f}}{1+\mathfrak{f}} T_{Vol}(s_{1/2})$$

wobei

$$(4) \quad \mathfrak{f} = (1 - \alpha^2 Z^2)^{1/2} \frac{2Zr}{a_H}$$

ist. Setzt man hierin die Zahlenwerte für die Kernladungszahl  $Z = 51$ , den Kernradius  $r = r_0 A^{1/3} = 1.1 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \cdot 135^{1/3}$ , den Bohrschen Radius  $a_H = 5.29 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$  und die Feinstrukturkonstante  $\alpha = 1/137$  ein, so ergibt sich

$$(5) \quad T_{Vol}(p_{1/2}) = 0.01 T_{Vol}(s_{1/2}) .$$

Der Volumeneffekt  $T_{Vol}(p_{1/2})$  beträgt also nach dieser Abschätzung etwa 1 % des Volumeneffekts  $T_{Vol}(s_{1/2})$  des s-Elektrons. Dieser ist nach Tabelle 13 maximal etwa  $T_{Vol}(s_{1/2}) \approx 6$  mK, so daß für  $T_{Vol}(p_{1/2}) \approx 0.06$  mK zu setzen wäre.

Die Summe aller abgeschätzten Effekte fällt also in die Größenordnung der gemessenen Differenzen  $\Delta\nu(\lambda_2) - \Delta\nu(\lambda_1)$  und ihrer Meßfehler.

### 5.12 Vergleich der Volumeneffekte nach King

King (/K1 64/) hat ein graphisches Verfahren angegeben, um unabhängig von den Masseneffekten den Volumeneffekt zweier Spektrallinien eines Elementes zu vergleichen. Für einen Übergang zwischen zwei Termen (Elektronenzuständen) a und b gilt nach Gleichung (1) und (2) die vom Massenunterschied zweier Isotope (1, 2) herrührende Isotopieverschiebung ( M a s s e n e f f e k t )

$$(6) \quad \Delta_{ab} T_{M,12} = (1/M_1 - 1/M_2) \tilde{k}_M^{ab} \approx k_M^{ab} \Delta A.$$

Die Konstante  $k_M^{ab}$  hängt als Größe, die nur Kulleneigenschaften beinhaltet, nicht von A ab.

Für den V o l u m e n e f f e k t im Einzelterm kann man mit King annehmen, daß

$$(7) \quad T_{Vol,12}^a = k_{Vol,12} g^a,$$

d.h., die Verschiebung des Terms a des Isotop 1 gegen den Term a des Isotop 2 infolge des Volumeneffektes proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit (Dichte)  $g^a$  der Leuchtelektronen der Konfiguration a am Kernort ist.+) Für den Übergang zwischen a und b gilt dann

$$(8) \quad \Delta_{ab} T_{Vol,12} = k_{Vol,12} (g^a - g^b)$$

und für die gesamte ISV in der Linie a-b

$$(9) \quad \begin{aligned} \Delta_{ab} T_{Ges,12} &= \Delta v_{ISV}(a,b,1,2) = \Delta_{ab} T_{M,12} + \Delta_{ab} T_{Vol,12} \\ &= k_M^{ab} \Delta A + k_{Vol,12} (g^a - g^b). \end{aligned}$$

In einem Übergang c-d gilt, wenn die Linien des gleichen Isotopenpaares 1,2 betrachtet werden, analog

$$(10) \quad \Delta_{cd} T_{Ges,12} = k_M^{cd} \Delta A + k_{Vol,12} (g^c - g^d).$$

Der Wert von  $k_{Vol,12}$  ist unabhängig von der Konfiguration a, b, c, d.

+) Das bedeutet, daß z.B. keine Kernpolarisation durch die Elektronen auftritt.

Betrachtet man dagegen die ISV eines Isotopenpaares 3,4 im Übergang a-b, so gilt analog zu (9)

$$(11) \quad \Delta_{ab} T_{ges,34} = k_M^{ab} \Delta_{34} A + k_{Vol,34} (\rho^a - \rho^b).$$

King nimmt an, daß die Dichten  $\rho^a \dots$  Konstanten sind, die nur Hülleneigenschaften enthalten. Beispielsweise soll sich die Elektronendichte am Kernort nicht ändern, wenn sich beim Einbau eines Neutrons in den Kern das elektrische Feld am Kernort etwas ändert. Aus Gleichung (9) und (10) findet man für die durch  $\Delta_{12} A$  dividierte gemessene ISV

$$(9a) \quad \Delta v_{ISV}(a,b,1,2) / \Delta_{12} A = k_M^{ab} + k_{Vol,12} \cdot (\rho^a - \rho^b) / \Delta_{12} A = x_{12}$$

$$(10a) \quad \Delta v_{ISV}(c,d,1,2) / \Delta_{12} A = k_M^{cd} + k_{Vol,12} \cdot (\rho^c - \rho^d) / \Delta_{12} A = y_{12}.$$

x und y sind also Meßgrößen an zwei verschiedenen, aber immer denselben Linien (ab, cd) für verschiedene Isotopenpaare (12, 13, 23.....)  $k_M^{ab}$ ,  $k_M^{cd}$ ,  $\rho^a$ ,  $\rho^b$ ,  $\rho^c$ ,  $\rho^d$  sind Konstanten für alle möglichen Isotopenpaare, da sie nur Hülleneigenschaften beinhalten. Nur die Größe  $k_{Vol,1j} / \Delta_{ij} A$  ist von den Kerneigenschaften der Nuklide i und j abhängig. Eliminiert man diese Größe in (10a) durch (9a), so erhält man die Gleichung einer Geraden, der "Kinggeraden"

$$(12) \quad y = \frac{\rho^c - \rho^d}{\rho^a - \rho^b} x + (k_M^{cd} - k_M^{ab}) \frac{\rho^c - \rho^d}{\rho^a - \rho^b}$$

mit der Steigung

$$(13) \quad m = \frac{\rho^c - \rho^d}{\rho^a - \rho^b}$$

und dem Ordinatenabschnitt

$$(14) \quad b = k_M^{cd} - m \cdot k_M^{ab}.$$

Diese Kinggerade ist in Figur 16 für die ISV in den Linien  $\lambda(ab) = 8943 \text{ \AA}$  und  $\lambda(cd) = 8521 \text{ \AA}$  aufgezeichnet. Sie geht innerhalb der Fehlergrenzen (Fehlerkreuze!) durch die vier Meßpunkte, die durch die acht gemessenen Isotopieverschiebungen bestimmt sind.

Die Auswertung der Kinggeraden hinsichtlich m und b wurde mit Hilfe eines Digitalrechners durchgeführt. Danach läuft die Gerade im mittleren Abstand von nur 0.30 Fehlerbreiten an den Punkten vorbei. Sie läuft selbst dann noch durch alle Fehlerkreuze, wenn man deren Breite und Höhe nur halb so groß ansetzt. Man kann daraus zweierlei schließen:

- 1) Die Grundannahmen (Gleichung (6) und (7)) über das Verhalten der ISV bei verschiedenen Linien eines Elementes sind bei den Cs-Resonanzlinien erfüllt.
- 2) Es können keine größeren systematischen Fehler in den Meßergebnissen enthalten sein.

Durch die Unsicherheit der Lage der Punkte, die durch die Fehlerkreuze veranschaulicht wird, werden auch die Bestimmungsstücke m und b der King-Geraden unsicher. Die Steigung

$$(13a) \quad m = (\varphi(S_{1/2}) - \varphi(P_{3/2})) / (\varphi(S_{1/2}) - \varphi(P_{1/2}))$$

wurde zu

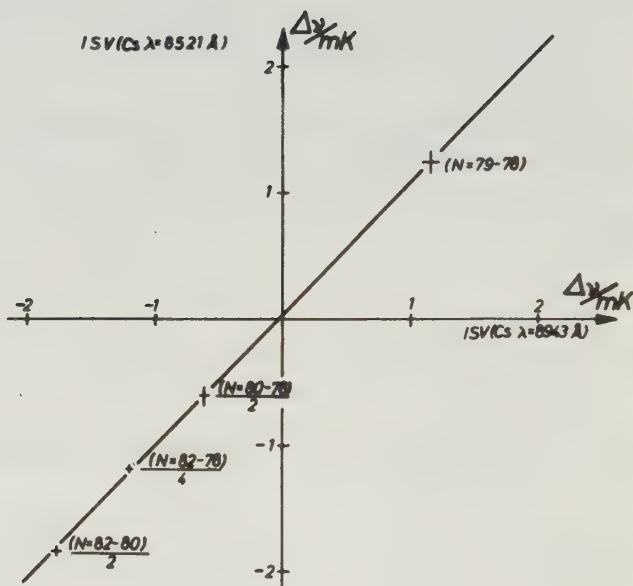
$$(13b) \quad m_{\text{exp}} = (1.03 \pm 0.03)$$

gefunden. Da  $\varphi(P_{3/2})$  und  $\varphi(P_{1/2})$  klein gegenüber  $\varphi(S_{1/2})$  sind und  $\varphi(P_{3/2})$  außerdem noch klein gegenüber  $\varphi(P_{1/2})$ , so folgt aus (13b) und (7)

$$(13c) \quad T_{\text{Vol,exp}}(P_{1/2}) = (0.03 \pm 0.03) T_{\text{Vol}}(S_{1/2})$$

Aus dem zweiten Bestimmungsstück der King-Geraden, dem Abschnitt b, läßt sich im allgemeinen etwas über die Masseneffekte aussagen. Nach (14) gilt

$$(14a) \quad b = k_M^{8521} - m \cdot k_M^{8943}$$



Figur 16 King-Gerade für die Isotopieverschiebung in den Übergängen CsI,  $\lambda\lambda = 8943, 8521 \text{ \AA}$ .  
In Klammern sind die Neutronenzahlen der Isotope angegeben, zwischen denen die ISV gemessen wurde.

Da jedoch  $b^{8521-8943} = (0.04 \pm 0.03)$  mK errechnet wurde und  $m \approx 1$  ist, kann man sagen, daß  $k_H^{8521}$  und  $k_M^{8943}$  sich nur um wenige hundertstel mK unterscheiden. Damit unterscheiden sich aber nach (6)

$$\Delta T_M = k_M \Delta A$$

auch die Masseneffekte der ISV bei beiden Spektrallinien nur um wenige hundertstel mK.

Dieses Ergebnis der Messung bestätigt die Überlegungen in Abschnitt 5.11.

Da die Kopplungseffekte bei einfachen Spektren im allgemeinen nur die Größenordnung des normalen Masseneffektes haben, kann man zur Berechnung des Volumeneffektes des  $6S_{1/2}$  Terms versuchsweise den Kopplungseffekt gleich Null setzen. Tabelle 13 bringt diese Berechnung bei Berücksichtigung der Volumeneffekte der  $6P_{1/2}$  und  $6P_{3/2}$  Terme. Ein negatives Vorzeichen für den VE bedeutet, daß der  $6S_{1/2}$  Term für das schwerere Isotop entgegen der Regel niedriger liegt als für das leichtere.

Der Gang des Volumeneffektes zeigt die gleichen Unregelmäßigkeiten wie der Gang der ISV. Das gilt auch dann, wenn der Kopplungseffekt nicht gleich Null sein sollte, sondern bis zum Zweifachen des Betrages des normalen Effektes ansteigt. Die Unregelmäßigkeiten im Gang der ISV lassen sich somit nicht durch Masseneffekte erklären. Die odd-even-staggering von Cs 133 und Cs 134 ist so groß, daß die Termfolgen der  $6S_{1/2}$  Terme vertauscht sind. Der Abstand der Terme von Cs 137 und Cs 135 ist wesentlich größer als der von Cs 135 und Cs 133. Die Vermutung, daß die Unregelmäßigkeiten durch den Quadrupolanteil des VE hervorgerufen werden (/BK 49/), läßt sich widerlegen, wie im nächsten Kapitel gezeigt wird. Eine weitergehende Diskussion soll erst nach einem Vergleich der ISV von Cs und Ba erfolgen, da Barium nach den Messungen von Jackson und Duong (/JD 66/) die gleichen Unregelmäßigkeiten im Gang des Volumeneffektes zeigt.

T a b e l l e 13

Berechnung des Volumeneffektes des  $6s^2S_{1/2}$ -Terms aus den gemessenen Isotopieverschiebungen der Übergänge  $6p^2P_{1/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  (I) und  $6p^2P_{3/2} - 6s^2S_{1/2}$   $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  (II)

| (I) | Isotopenpaar | ISV der Linie                  | Normaler Masseneffekt              | Volumeneffekt der Terme     |                             |
|-----|--------------|--------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|     |              | $\Delta\nu_{\text{ISV}}(8943)$ | nach Gl. (2)<br>$\Delta T_N(8943)$ | $T_{\text{Vol}}(^2P_{1/2})$ | $T_{\text{Vol}}(^2S_{1/2})$ |
|     | Cs134-Cs133  | 1.17 mK                        | 0.34 mK                            | -0.03 mK                    | -0.86 mK                    |
|     | Cs135-Cs133  | -1.23 mK                       | 0.68 mK                            | 0.06 mK                     | 1.97 mK                     |
|     | Cs137-Cs133  | -4.81 mK                       | 1.34 mK                            | 0.19 mK                     | 6.34 mK                     |
|     | Cs137-Cs135  | -3.57 mK                       | 0.66 mK                            | 0.13 mK                     | 4.36 mK                     |

| (II) | Isotopenpaar | ISV der Linie                  | Normaler Masseneffekt | Volumeneffekte der Terme    |                             |
|------|--------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|      |              | $\Delta\nu_{\text{ISV}}(8521)$ | $\Delta T_N(8521)$    | $T_{\text{Vol}}(^2P_{3/2})$ | $T_{\text{Vol}}(^2S_{1/2})$ |
|      | Cs134-Cs133  | 1.23 mK                        | 0.36 mK               | 0.00 mK                     | -0.87 mK                    |
|      | Cs135-Cs133  | -1.21 mK                       | 0.71 mK               | 0.00 mK                     | 1.92 mK                     |
|      | Cs137-Cs133  | -4.76 mK                       | 1.40 mK               | 0.00 mK                     | 6.16 mK                     |
|      | Cs137-Cs135  | -3.66 mK                       | 0.69 mK               | 0.00 mK                     | 4.35 mK                     |

Die Berechnung erfolgte nach der Gleichung

$$(9) \quad \Delta\nu_{\text{ISV}} = \Delta T_M + T_{\text{Vol}}(^2P) - T_{\text{Vol}}(^2S_{1/2})$$

Es wurde angenommen, daß Kopplungseffekte und der VE des  $^2P_{3/2}$ -Terms zu vernachlässigen sind

$$(\Delta T_M = \Delta T_N ; T_{\text{Vol}}(^2P_{3/2}) \ll T_{\text{Vol}}(^2P_{1/2}) )$$

und daß der VE des  $^2P_{1/2}$ -Terms 3 % desjenigen des  $^2S_{1/2}$ -Terms beträgt

$$(13c) \quad T_{\text{Vol}}(^2P_{1/2}) = 0.03 T_{\text{Vol}}(^2S_{1/2})$$

## 5.2 Wirkung der unterschiedlichen Q-Momente auf die Isotopieverschiebung

Eine Änderung des elektrischen Feldes im Kern und damit ein VE der ISV kann nicht nur durch eine Änderung der Nukleonenzahl hervorgerufen werden (Volumenanteil des VE), sondern auch durch eine Änderung der Kern f o r m, die sich in einer Veränderung des inneren Quadrupolmomentes bemerkbar macht (Q-Anteil des VE). Da Cs 134 (ebenso auch Barium 135 und Ba 137 (/Pu 63/), (/JD 64/)) ein recht großes Quadrupolmoment besitzt, dasjenige von Cs 133, 135 und 137 aber ein bis zwei Größenordnungen kleiner ist (das innere Quadrupolmoment von Barium 134, 136 und 138 ist optisch nicht meßbar, weil der Kernspin I gleich Null ist), könnte man versuchen, zumindest die beobachtete starke odd-even-staggering auf die unterschiedlichen Quadrupolmomente zurückzuführen.

Eine Abschätzung nach Meligy (/MeTW 60/) zeigt jedoch, daß der Q-Anteil des Volumeneffektes kleiner ist als der Volumenanteil und außerdem zu einer Linienverschiebung in Richtung niedrigerer Wellenzahlen, nicht aber zu höheren führen muß. Unter Annahme einer trapezförmigen Kernladungsverteilung  $\rho_k(r)$  in der Form

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho_k(r) &= \rho_k(0) && \text{für } 0 \leq r < c-z \\ &= \rho_k(0) \cdot (c+z-r)/2z && \text{für } c-z \leq r < c+z \\ &= 0 && \text{für } c+z \leq r \end{aligned}$$

sollte der Q-Anteil des VE  $T_q$  nach der Beziehung

$$(2) \quad T_q = 2/3 \cdot A/\Delta A \cdot (e_2^2 - e_1^2) \cdot T_n; \quad T_{Vol} = T_n + T_q$$

mit dem VE  $T_n$ , der durch Hinzufügen eines Neutrons entsteht, zusammenhängen. Dabei ist A die Nukleonenzahl des leichteren Isotopes und

$$(3a) \quad e = (a-b)/R$$

das Verhältnis der Differenz von der großen und kleinen

Halbachse zum Radius R einer volumengleichen Kugel. Eine Vergrößerung des Absolutbetrages vom Q-Moment (eine Vergrößerung von  $e^2$ ) bewirkt ein Ansteigen des VE, e läßt sich aus dem inneren Q-Moment  $Q_1$  errechnen:

$$(3b) \quad e + 0.017e^2 + \dots = 5Q_1/4ZR^2.$$

Dabei bedeutet Z die Kernladungszahl. Für R kann man in guter Näherung setzen

$$(3c) \quad R = r_0 A^{1/3}.$$

Das  $Q_1$  berechnet sich aus dem gemessenen Q und der Kerndrehimpulsquantenzahl I nach der Beziehung

$$(3d) \quad Q_1 = Q \frac{I+1}{I} \frac{2I+3}{2I-1} \text{ (/Hz 61, S.15/)}.$$

Unter Verwendung folgender Werte:

$$\begin{aligned} A &= 133, \\ Z(\text{Cs}) &= 55, \\ r_0 &= 1.1 \cdot 10^{-13} \text{ cm}, \\ q(133) &= -3.6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2, \\ Q(134) &= 350 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2, \\ I(133) &= 7/2, \\ I(134) &= 4, \end{aligned}$$

erhält man

$$(4) \quad T_Q(134-133) = 0.22 \cdot T_N(134-133)^+.$$

Wie sich nach Meligy ausrechnen läßt, sollte

$$(5a) \quad T_{N, \text{theor.}}(134-133) = 11.5 \text{ mK}$$

sein.++) Danach wäre

$$(5b) \quad T_Q(134-133) = + 2.5 \text{ mK}$$

+) Nach einer ähnlichen Formel (/BK 49/) erhält man dagegen nur

$$T_Q(134-133) = 0.10 \cdot T_N(134-133)$$

++)  $T_N = \frac{Za^2}{(n^*)^3} \cdot C$ , die theoretische ISV-Verschiebungs-konstante C beträgt 75 mK (/MeTW 60/), die effektive Hauptquantenzahl  $n^*$  errechnet sich nach

$$T = - \left( \frac{Za}{n^*} \right)^2 R_y \text{ aus dem Termwert } T = 31404 \text{ K des } 6S_{1/2} \text{ Terms, der Rydbergkonstante } R_y = 109737 \text{ K und der äußeren Ladungszahl } Za = 1.$$

Aus unseren Messungen wurde

$$(6a) \quad T_{Vol,exp}(134-133) = -0,9 \text{ mK (Tabelle 13)}$$

errechnet. Über die Beziehung

$$(2) \quad T_{Vol} = T_n + T_q$$

gewinnt man damit einen experimentellen Wert für

$$(6b) \quad T_{n,exp}(134-133) = -3,4 \text{ mK}$$

der im Gegensatz zu dem unter Voraussetzung konstanter Kerndichte errechneten Wert

$$(5a) \quad T_{n,theor.}(134-133) = 11,5 \text{ mK}$$

steht.

Es sieht so aus, als ob durch den Einbau eines Neutrons in den Kern Cs 133 der Kern nicht um das Volumen des Neutrons größer geworden wäre, sondern im Gegenteil noch um  $1/3$  Neutronenvolumen kleiner. Danach müßte die Kerndichte von Cs 134 um 1 % größer sein als die von Cs 133. Da auch die Werte  $T_{Vol,exp}(135-133)$  und  $T_{Vol,exp}(137-135)$  wesentlich kleiner sind als  $2 \cdot 11,5 \text{ mK}$  (der Q-Anteil spielt wegen der Kleinheit und Gleichheit der Q-Momente keine Rolle), so scheint sich eine Kern- oder eine Ladungskontraktion bei dem Auffüllen der Neutronenschale vor der magischen Zahl  $N = 82$  anzudeuten. Dies würde den Verhältnissen in der Atomhülle entsprechen, wo auch die Edelgase mit ihren abgeschlossenen Elektronenschalen besonders klein sind.

Eine entsprechende Kontraktion scheint sich aus kernphysikalischen Daten für die Calcium-Isotope ableiten zu lassen (/PS 66/).

### 5.3 Vergleich der Isotopieverschiebungen von Caesium und Barium

Figur 17 stellt für die benachbarten Elemente Xenon (Xe) (/KR 50/), Caesium (Cs) und Barium (Ba) (/JD 66/) die Isotopieverschiebung gegenüber dem Isotop mit  $N = 82$  in Abhängigkeit von der Neutronenzahl  $N$  dar. Obwohl die unterschiedlich großen Masseneffekte nicht berücksichtigt sind, fällt die Ähnlichkeit der drei Linienzüge auf.

Es soll versucht werden, einen eingehenderen Vergleich der Isotopenlagen von Cs und Ba nach der Methode von King (Abschnitt 5.12) durchzuführen. Nach der dortigen Gleichung (9) läßt sich die Isotopieverschiebung eines Überganges zwischen den Termen  $a, b$  der Isotope  $i, j$  eines Elements darstellen durch die Gleichung

$$(1) \quad \Delta v_{ISV,ij}^{ab} = k_M^{ab} \Delta A_{ij} + k_{Vol,ij} (\rho^a - \rho^b)$$

Für die ISV je Nukleon (Abschnitt 5.12, Gleichung (9a)) folgt aus (1) für zwei verschiedene Elemente (gekennzeichnet durch kleine bzw. große Indizes)

$$(2) \quad \frac{\Delta v_{ISV,ij}^{ab}}{\Delta A_{ij}} = k_M^{ab} + \frac{k_{Vol,ij}}{\Delta A_{ij}} (\rho^a - \rho^b) = : X_{ij}$$

$$(3) \quad \frac{\Delta v_{ISV,IJ}^{AB}}{\Delta A_{IJ}} = k_M^{AB} + \frac{k_{Vol,IJ}}{\Delta A_{IJ}} (\rho^A - \rho^B) = : Y_{IJ}$$

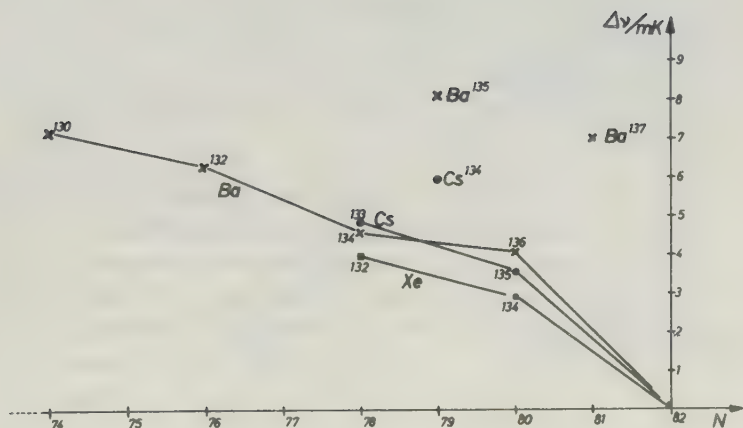
Gleichung (2) und (3) geben nur dann die Parameterdarstellung einer Geraden wieder, wenn

$$(4) \quad k_{Vol,IJ} = K \cdot k_{Vol,ij}$$

und

$$(5) \quad \frac{\Delta A_{IJ}}{\Delta A_{ij}} = \frac{\Delta A_{IJ}}{\Delta A_{ij}}$$

ist, wobei  $K$  eine von  $i, j, I, J$  unabhängige Konstante



Figur 17 Isotopieverschiebung bei den benachbarten Elementen Xenon (Xe), Caesium (Cs) und Barium (Ba), jeweils gegen das Isotop mit der Neutronenzahl  $N = 82$  gemessen.

sein muß. Die Steigung dieser "King"-Geraden beträgt nach (2) und (3)

$$(6) \quad m = K \frac{\varphi^A - \varphi^B}{\varphi^a - \varphi^b}$$

In Figur 18 sind für die Übergänge Cs I,  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  und Ba I,  $\lambda = 5536 \text{ \AA}$  für Nuklidpaare mit jeweils gleichen Neutronenzahlen (diese Wahl wird durch Fig. 17 nahegelegt) die Meßpunkte ( $X_{ij}$ ,  $Y_{ij}$ ) gemäß (2) und (3) aufgetragen. Sie liegen in der Tat auf einer Geraden, so daß im Rahmen der Meßfehler Gleichung (4) erfüllt ist.

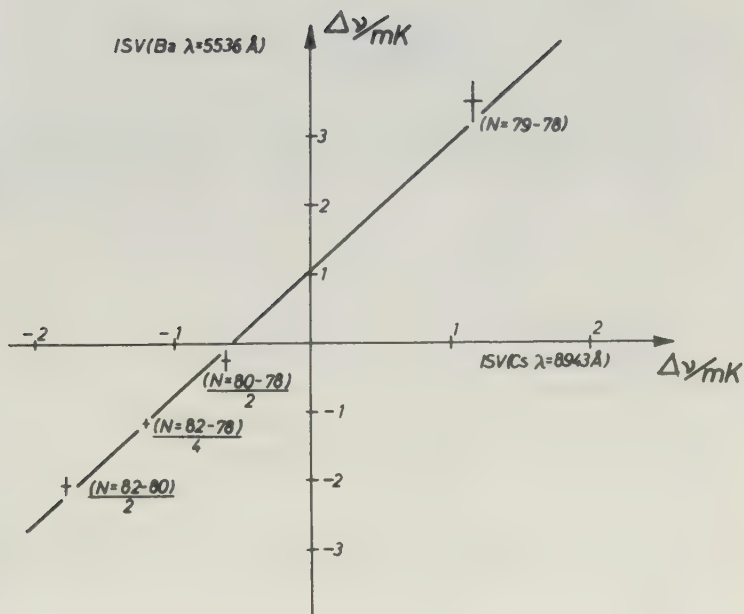
Die genaue Rechnung ergibt, daß die Gerade im Mittel nur um 0.6 Fehlerbreiten von den Meßpunkten abweicht. Die Kinggerade (Fig. 16) der beiden Cs-Resonanzlinien hat dagegen eine mittlere Abweichung von nur 0.3 Fehlerbreiten, was darauf schließen läßt, daß unsere Fehler mindestens **z w e i f a c h** statistische Fehler sind. Die von uns mit den Meßwerten von Jackson und Duong (JD 66/) aufgetragene Kinggerade für die Bariumlinien  $\lambda = 5536 \text{ \AA}$  und  $\lambda = 5072 \text{ \AA}$  weicht um 0.7 Fehlerbreiten von den Meßpunkten ab und läßt darauf schließen, daß Jackson und Duong nur **e i n f a c h** statistische Fehler angegeben haben. Es kann somit nicht erwartet werden, daß eine Kinggerade zwischen einer Cs- und einer Ba-Linie selbst bei voller Gültigkeit von Gleichung (4) weniger als die gefundenen 0.6 Fehlerbreiten von den Meßpunkten abweicht.

Aus Figur 18 errechnet man eine Steigung der Kinggeraden von

$$(7) \quad m_{\text{exp}} = 1.83 \pm 0.12 .$$

Über die Elektronendichten

$$\begin{aligned} \varphi^A &= (\text{Ba}, {}^1\text{S}_0); \\ \varphi^B &= (\text{Ba}, {}^1\text{P}_1); \\ \varphi^a &= (\text{Cs}, {}^2\text{S}_{1/2}); \\ \varphi^b &= (\text{Cs}, {}^2\text{P}_{1/2}) \end{aligned}$$



Figur 18 King-Gerade für die Isotopieverschiebung in den Übergängen CsI  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  und BaI  $\lambda = 5536 \text{ \AA}$ . In Klammern sind die Neutronenzahlen der Isotope angegeben, zwischen denen die ISV gemessen wurde.

kann man Aussagen aus gemessenen HFS-Daten gewinnen. Damit ist eine Berechnung der Konstante K aus Gleichung (6) möglich. Zunächst sind die Elektronendichten am Kernort für die p-Elektronen sehr klein gegenüber denjenigen der s-Elektronen; infolgedessen wird aus Gleichung (6)

$$(6a) \quad m = K \frac{\rho(\text{Ba}, {}^1\text{S}_0)}{\rho(\text{Cs}, {}^2\text{S}_{1/2})}$$

Die Dichten  $\rho$  hängen mit den HFS-Aufspaltungsfaktoren  $a_s$ , dem magnetischen Moment  $\mu$  und der Drehimpulsquantenzahl I des Kernes nach der Gleichung

$$\rho = \psi_s^2(0) = a_s \frac{I}{\mu} R$$

zusammen (vergleiche (/Ko 56/)), wobei der Faktor R Konstanten und Relativitätskorrekturen, die für Cs und Ba im Rahmen der Meßfehler gleich sind, enthält. Somit ergibt sich:

$$(8) \quad m = K \frac{a_s(\text{Ba}, {}^1\text{S}_0) \quad I(\text{Ba}) \mu(\text{Cs})}{a_s(\text{Cs}, {}^2\text{S}_{1/2}) \quad I(\text{Cs}) \mu(\text{Ba})} \cdot$$

Der Bruch  $m/K$  ergibt sich bei Einsetzen der Zahlenwerte in Gleichung (8) unabhängig von den gewählten Nukliden zu

$$m/K = 2.09;$$

er ist wegen der gegenseitigen Abschirmung der beiden s-Elektronen des  ${}^1\text{S}_0$  Terms vom Barium erfahrungsgemäß um 20 % zu erniedrigen, so daß der "theoretische" Wert

$$(m/K)_{\text{theor}} = 1.67 \text{ (geschätzt } \pm 0.2)$$

mit dem experimentellen Wert

$$(7) \quad m = 1.83 \pm 0.12$$

zu vergleichen ist. Daraus folgt, daß  $K \approx 1$  ist. Die unterschiedliche Größe der ISV bei Cs- und Ba-Nukliden gleicher Neutronenzahl ist nur auf strukturelle Unterschiede der Elektronenhülle zurückzuführen. Bei beiden Elementen führt die odd-even-staggering zur Vertauschung der Isotopenlagen.

Der Achsenabschnitt

$$(9) \quad b_{\text{exp}} = (1.06 \pm 0.14) \text{ mK}$$

in Figur 18 läßt eine Aussage über die massenabhängigen Effekte zu. Aus (2) und (3) ergibt sich

$$(10) \quad b = k_M(\text{Ba}) - mk_M(\text{Cs})$$

Für  $k_M(\text{Ba})$  geben Jackson und Duong einen Wert von 0.5... 1.0 mK an (/JD 66/). In diesem Wert ist der normale Effekt und ein berechneter Kopplungseffekt enthalten. Für  $k_M(\text{Cs})$  haben wir in Abschnitt 5.12 nur den normalen Effekt von 0.34 mK gesetzt. Einsetzen dieser Werte in (10) liefert mit (7)

$$(11) \quad b_{\text{theor}} = (-0.12... + 0.42) \text{ mK},$$

einen zu kleinen Wert gegenüber  $b_{\text{exp}}$ , (9).

Ob diese Diskrepanz auf eine fehlerhafte Abschätzung der Kopplungseffekte oder die Vernachlässigung der Einflüsse der Quadrupolmomente auf die ISV (Quadrupolmomente sind bei den geraden Ba-Isotopen optisch nicht meßbar) oder auf eine nicht ausreichend strenge Gültigkeit der Gleichung (4) zurückzuführen ist, läßt sich aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial nicht entscheiden.

#### 5.4 Gesetzmäßigkeiten des Volumeneffektes in der Nähe der magischen Zahlen $N = 82$ und $N = 126$

Stroke (/Str 63/) hat auf Grund von Messungen am Quecksilber  $Z = 80$ ,  $N = 112...124$  (/Sz 61/), (/TS 62/), (/TS 64/) und Thallium,  $Z = 81$ ,  $N = 116...124$  (/HS 61/), (/SCBS 62/), (/SKA 64/) Regeln über den Gang des Volumeneffektes bei verschiedenen Isotopen, Isotonen und Isomeren in der Nähe der magischen Neutronenzahl  $N = 126$  aufgestellt. Mit den Messungen von Jackson und Duong (/JD 66/) am Barium,  $Z = 56$ ,  $N = 74...82$ , und unseren eigenen Messungen am Cäsium,  $Z = 55$ ,  $N = 78...82$ , steht uns nunmehr ein ähnlich umfangreiches und in der Genauigkeit vergleichbares<sup>+)</sup>  Material zur Verfügung, um die Stroke'schen Regeln in der Umgebung der magischen Neutronenzahl  $N = 82$  zu überprüfen.

1. Stroke stellt fest, daß die r e l a t i v e Isotopenlage und die "odd-even-staggering" unabhängig von  $Z$  (80,81) nur von der Neutronenzahl abhängen.

Aus unserer Kingdarstellung in Abschnitt 5.3 und Figur 18 folgt, daß in der Nähe von  $N = 82$  sogar die a b s o l u t e n Isotopenlagen und die odd-even-staggering unabhängig von  $Z$  (55, 56) nur von der Neutronenzahl abhängen.

Diese Tatsache führte Stroke für die Nuklide von Tl und Hg darauf zurück, daß sich ein Tl-Kern ( $Z = 81$ ) von einem Hg-Kern ( $Z = 80$ ) gleicher Neutronenzahl nur durch ein k u g e l s y m m e t r i s c h e s  $s_{1/2}$ -Proton unterscheidet; er schloß sogar weiter, daß bei den entsprechenden Gold-Nukliden ( $Z = 79$ ), denen im

---

+) Die ISV bei Hg und Tl sind 10 bis 50 mal größer als bei Cs und Ba, die hohe Genauigkeit u n s e r e r Messungen gibt jedoch ähnliche r e l a t i v e Genauigkeiten.

Vergleich mit den Hg-Nukliden ein nichtkugelsymmetrisches  $d_{3/2}$ -Proton fehlt, ein Unterschiedliches Verhalten des VE auftreten müßte. (Experimentelles Material hierüber liegt nicht vor! Stroke spricht sogar die Hoffnung aus, bei genügender Kenntnis der experimentellen Daten einen allgemeinen Zusammenhang zwischen Volumeneffekt und Nukleonenkonfiguration aufdecken zu können.)

Diese Vermutung von Stroke wird durch unsere Messungen am Cs in Verbindung mit denen am Ba nicht bestätigt. Beim Übergang von Cs ( $Z = 55$ ) zu Ba ( $Z = 56$ ) wird in den Kern ein nicht-kugelsymmetrisches  $1g_{7/2}$  (/HPSch 66/) Proton eingebaut. Trotz dessen unsymmetrischer Ladungsverteilung im Kern konnte keine Abweichung von der 1. Stroke'schen Regel gefunden werden.

2. Stroke schließt aus den ihm zugänglichen Daten an Hg und Tl auf *äquidistante* Isotopenlagen, solange Neutronen in die gleiche Schale eingebaut werden.

In der Tat ist sowohl bei Tl als auch bei Hg der Volumeneffekt für Isotope mit geradem  $N$  fast gleich, also dann, wenn jeweils ein  $1i_{13/2}$ -Neutronenpaar in den Kern eingebaut wird. Wird nur ein ungepaartes Neutron in den Kern eingebaut, so befindet sich dieses in einem  $3p_{1/2}$  oder  $3p_{3/2}$ -Zustand (weil infolge der Paarungswechselwirkung das ungepaarte Neutron mit hohem Drehimpuls eine höhere Energie besitzt als ein solches mit niedrigerem Drehimpuls). Der "Schalenwechsel" beim Einbau jeweils eines Neutrons soll die odd-even-staggering bewirken, wobei die Verschiebung bei dem Isotop mit einem ungepaarten  $3p_{1/2}$  Neutron größer ist als die Verschiebung bei einem Isotop mit einem ungepaarten  $3p_{3/2}$ -Neutron.

Beim Hg liegen auch die einzigen Beobachtungen einer Isomerie-Verschiebung vor. Dabei ist (Beobachtung an

drei ungeraden Kernen) jeweils das unpaarige p-Neutron in einen  $i_{13/2}$ -Zustand angeregt. In diesem Falle, wo kein Schalenwechsel beim Einbau der Neutronen stattfindet, verschwindet die "staggering" ganz.

Die Messungen am Cs und Ba zeigen jedoch ein völlig anderes Verhalten des VE. Zunächst kann von Äquidistanz der Isotopenlagen bei Isotopen mit geradem N ( $N = 78, 80, 82$ ) keine Rede sein, obwohl die Neutronen alle in der gleichen  $2d_{3/2}$  Schale eingebaut werden (/WENS 65/). Der VE zwischen  $N = 82$  und  $80$  ist wesentlich größer als der zwischen  $N = 80$  und  $78$ . Dagegen ist der VE zwischen  $N = 80$  und  $78$  bzw.  $N = 78$  und  $76$  beim Ba (hier liegen am Cs noch keine Messungen vor) fast gleich, obgleich hier Neutronenschalen mit sehr unterschiedlichem Drehimpuls  $d_{3/2}$  bzw.  $h_{11/2}$  aufgefüllt werden. Es ist interessant, daß die Unregelmäßigkeit des VE zwischen  $N = 78, 80$  und  $82$  sich beim Cs nicht in den anderen Kerndaten ausdrückt. Cs 133, Cs 135 und Cs 137 haben gleichen Kerndrehimpuls und fast gleiche magnetische und elektrische Momente. Auch die Summe der Bindungsenergien des 79. und 80. Neutrons ist gleich der des 81. und 82. (/EKNW 60/).

Weiterhin ist die odd-even-staggering bei Cs und Ba sehr stark ausgeprägt, obwohl von Cs 133 und Ba 134 an ausschließlich die  $2d_{3/2}$  Neutronenschale aufgefüllt wird. Nach Stroke dürfte daher überhaupt keine staggering auftreten.

Offensichtlich sind die Zusammenhänge zwischen der Besetzung der Nukleonenschalen und dem VE - zumindest bei mittelschweren Elementen - komplizierter als Stroke angenommen hat.

Das bisher vorliegende Zahlenmaterial reicht noch nicht aus, um endgültige Aussagen über den Zusammenhang

zwischen ISV und Kernstruktur zu machen. Die Erarbeitung weiterer Beobachtungsdaten in der Umgebung von  $N = 82$  ist daher wünschenswert. Dabei sollten die Messungen am Xenon (/JD 66b/) und Cer (/Ch 65/) ergänzt und weitere Untersuchungen am Caesium, Barium und Lanthan angestellt werden. Die in Frage kommenden Isotope sind meist radioaktiv, so daß die hier angewendete Kombination von elektromagnetischem Isotopenseparator und einem neuen Auswertverfahren, das Meßfehler kleiner als  $1/10$  mK zu erzielen gestattet, die Aussicht auf ein umfangreicheres und genügend genaues experimentelles Material eröffnet.



6. A N H A N G

6.1 Tabellarische Zusammenstellung  
der Versuchsergebnisse



T a b e l l e 7

Messungen an isotonenreinem Caesium 133

| V                            | Übergang         | Dispersionsgebiet/mK<br>berechnet | gemessen     | N  | $A(6P_{1/2})/mK$ | Verspieg.<br>des Pf   |
|------------------------------|------------------|-----------------------------------|--------------|----|------------------|-----------------------|
| 1                            | $\lambda = 8943$ | 200.016                           | 199.996 (27) | 6  | 9.763 (40)       | Ag                    |
| 2                            | $\lambda = 8943$ |                                   |              | 11 | 9.732 (16)       |                       |
| 3                            | $\lambda = 8943$ | 212.7225                          | 212.750 (37) | 7  | 9.762 (27)       | Ag                    |
| 4                            | $\lambda = 8943$ |                                   |              | 12 | 9.759 (17)       |                       |
| 5                            | $\lambda = 8943$ |                                   |              | 6  | 9.755 (12)       |                       |
| 6                            | $\lambda = 8943$ | 208.282                           | 208.233 (23) | 13 | 9.735 (9)        | dielekt.<br>Schichten |
| 7                            | $\lambda = 8943$ |                                   |              | 14 | 9.738 (14)       |                       |
| 8                            | $\lambda = 8521$ |                                   |              | 14 | entfällt         |                       |
| Mittelwert von Versuch 1...7 |                  |                                   |              |    | 9.743 (07)       | =====                 |

Erklärung der verwendeten Abkürzungen:

V Nummer des Versuchs.

N Anzahl der registrierten Interferenzordnungen.

( ) Unsicherheit der letzten beiden Stellen des Meßergebnisses.

T a b e l l e 8

Messungen der Isotopieverschiebung der Linie  $6P_{1/2} - 6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8943$   
an verschiedenen Proben von Spaltcaesium

| Versuch Nr.                        | 9            | 10             | 11             | Mittelwert            |
|------------------------------------|--------------|----------------|----------------|-----------------------|
| Mischungsverhältnis <sup>+</sup> ) |              |                |                |                       |
| Cs133:Cs135:Cs137                  | 45 : 24 : 33 | 45 : 17 : 35   | 47 : 16 : 36   |                       |
| Zahl der Messungen                 | 4            | 6              | 4              |                       |
| Registr. Ordnungen                 | 22           | 60             | 25             |                       |
| Dispersionsgebiet                  | 212.750 mK   | 135.011 mK     | 208.233 mK     |                       |
| $\Delta\nu_{ISV}(135-133)/mK$      | -1.24 (17)   | /05 -1.30 (16) | /05 -1.22 (07) | /02 <u>-1.23 (06)</u> |
| $\Delta\nu_{ISV}(137-133)/mK$      | -4.83 (11)   | /05 -4.81 (09) | /04 -4.81 (04) | /01 <u>-4.81 (03)</u> |
| $\Delta\nu_{ISV}(137-135)/mK$      | -3.59 (16)   | /03 -3.51 (15) | /04 -3.59 (07) | /01 <u>-3.58 (06)</u> |

+) Das Mischungsverhältnis wurde HFS-spektroskopisch bestimmt

( ) Unsicherheit der letzten beiden Stellen des Meßergebnisses.

/ Anteil der Unsicherheit, der auf mögliche systematische Fehler zurückzuführen ist.

T a b e l l e 9

Messungen der Isotopieverschiebung der Linie  $6P_{1/2} - 6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$   
an Caesiumgemischen

| Versuch Nr.                                     | 12                                | 13              | 14              | 9, 10, 11   |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------|-----------------|-------------|
| Mischungsverhältnis <sup>+</sup><br>Cs133:Cs135 | 55 : 49 : 2                       | 50 : 0 : 51     | 0 : 50 : 58     | vgl. Tab. 8 |
| Zahl der Messungen                              | 5                                 | 2               | 5               |             |
| Registr. Ordnungen                              | 39                                | 16              | 39              |             |
| Dispersionsgebiet                               | 208.233 mK                        | 208.233 mK      | 208.233 mK      |             |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}(135-133)/\text{mK}$     | -1.23 (06) / 03<br>(fest gegeben) | -               | -               | -1.23 (06)  |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}(137-133)/\text{mK}$     | -4.82                             | -4.82 (12) / 05 | -               | -4.81 (03)  |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}(137-135)/\text{mK}$     | -                                 | -               | -3.55 (06) / 04 | -3.58 (06)  |

<sup>+</sup>) Das Mischungsverhältnis wurde HFS-spektroskopisch bestimmt

( ) Unsicherheit der letzten beiden Stellen des Meßergebnisses.

/ Anteil der Unsicherheit, der auf mögliche systematische Fehler zurückzuführen ist.

# T a b e l l e 10

Messung der Isotopieverschiebung der Linie  $6P_{1/2} - 6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8943 \text{ \AA}$   
an einem Gemisch von Cs 134 und Cs 133

|                                                       |                 |
|-------------------------------------------------------|-----------------|
| Versuch Nr.                                           | 15              |
| Mischungsverhältnis <sup>+) </sup><br>Cs 133 : Cs 134 | 55 : 45         |
| Zahl der Messungen                                    | 4               |
| Registr. Ordnungen                                    | 30              |
| Dispersionsgebiet                                     | 208.233 mK      |
| $\Delta\nu_{ISV}(134-133)/mK$                         | +1.17 (05) /015 |

+ ) Das Mischungsverhältnis wurde HFS-spektroskopisch bestimmt.

( ) Unsicherheit der letzten beiden Stellen des Meßergebnisses.  
/ Anteil der Unsicherheit, der auf mögliche systematische Fehler zurückzuführen ist.

T a b e l l e 11

Messungen der Isotopieverschiebung  $\Delta\nu_{\text{ISV}}$  der Linie  $6P_{3/2} - 6S_{1/2}$ ,  $\lambda = 8521 \text{ \AA}$   
an Spaltcaesium und Caesiumgemischen

| V          | M | N  | $\Delta\nu_{\text{ISV}}/\text{mK}$ zwischen Cs-Isotopen der Massenzahl |            |                |                |
|------------|---|----|------------------------------------------------------------------------|------------|----------------|----------------|
|            |   |    | 137-133                                                                | 135-133    | 137-135        | 134-133        |
| 11         | 2 | 13 | -4.85 {15}                                                             | -1.21 (15) | -3.66 (fest    | -              |
| 13         | 3 | 18 | -4.73 {08}/05                                                          | -          | vorgegeben)    | -              |
| 14         | 2 | 14 | -                                                                      | -          | -3.66 (08) /04 | -              |
| 15         | 1 | 7  | -                                                                      | -          | -              | +1.23 (08) /04 |
| Mittelwert |   |    | -4.75 (08)                                                             | -1.21 (15) | -3.66 (08)     | +1.23 (08)     |
|            |   |    | =====                                                                  | =====      | =====          | =====          |

Erklärung der verwendeten Zeichen und Abkürzungen:

- V Nummer des Versuches
- M Anzahl der Messungen
- N Anzahl der registrierten Interferenzordnungen
- ( ) Unsicherheit der letzten beiden Stellen des Meßergebnisses
- / Anteil der Unsicherheit, der auf mögliche systematische Fehler zurückzuführen ist.

## 6.2 Mögliche Linienverschiebung in der Hohlkathode

Druck und Starkverschiebungen von Spektrallinien treten durch Wechselwirkung des strahlenden Atoms mit der Umgebung auf (eine knappe Übersicht darüber siehe (/Un 55/)). In unserem Falle kann das Caesiumatom mit einem weiteren Cs-Atom, einem Cu-Atom - die Hohlkathode ist aus Kupfer - oder einem He-Atom wechselwirken. Die Kräfte, die sie aufeinander ausüben, sind im wesentlichen die kurzreichweitigen Van-der-Waals Kräfte. Zusätzlich sind die weitreichenden elektrischen Kräfte der freien Elektronen und Ionen sowie die Felder im Kathodenfall zu berücksichtigen.

Die Wirkung der elektrischen Kräfte auf die Linienverschiebung soll hier nicht abgeschätzt werden, obwohl sie wahrscheinlich die stärkere ist. Die Ladungs- und Spannungsverhältnisse in der von uns verwendeten Hohlkathode sind weitgehend unbekannt. Zu vernachlässigen ist die Wechselwirkung zwischen Cs und Cs sowie Cs und Cu, da deren Teilchendichten im Gasraum viel zu gering sind. Es bleibt aber der Einfluß des He auf das leuchtende Cs Atom abzuschätzen.

Druckverschiebungsmessungen an den Alkaliresonanzlinien in Helium sind von Shang, Takeo und Chia-Shan durchgeführt worden (/ShT 57/), (/GSh 66/), (/ShS 40/), (/Sh 40/). Danach hängt die Druckverschiebung  $\Delta\nu$  linear von der He-Dichte  $\rho$  ab. Der Zusammenhang

$$\Delta\nu = \frac{\lambda \rho}{\rho_{\text{norm}}}$$

gilt selbst noch für sehr hohe Heliumdichten von mehr als dem Zehnfachen der Normaldichte  $\rho_{\text{norm}}$ . Die Verschiebungskoeffizienten  $\lambda$  betragen für die  $6p^2P_{3/2,1/2}^-$   $6s^2S_{1/2}$  Resonanzübergänge  $0.015 \text{ cm}^{-1}$  bzw.  $0.128 \text{ cm}^{-1}$ .

Somit treten in einer stark gekühlten Hohlkathode bei 2 Torr Gasdruck und  $160^\circ \text{ K}$  Verschiebungen von  $2/3 \text{ mK}$

auf. Sie machen sich bei Untersuchungen in einer Hohlkathode jedoch nicht bemerkbar, da HFS-Messungen im allgemeinen nicht mit Absolutmessungen verbunden sind. Die unterschiedliche Verschiebung der einzelnen HFS-Komponenten ist um Größenordnungen kleiner (/HZ 57/).

Bei einer Vergleichsmessung von Spektrallinien, die in zwei Hohlkathoden angeregt werden, können diese unterschiedlichen Verschiebungen zu beachtlichen Fehlern führen. Die Unterschiede treten deswegen auf, weil es nicht möglich ist, die Entladung in zwei Hohlkathoden, besonders wenn diese mit  $\mu$ g-Mengen von Alkalien gefüllt sind, gleichartig zu gestalten. Allein durch die unterschiedliche Erwärmung der Gassäule in der Bohrung können Änderungen der He-Gasdichte auftreten, die nicht mehr klein gegen die Dichte selbst sind. Damit treten aber auch Unterschiede in den Linienverschiebungen auf, die ebenfalls in der Größenordnung der Linienverschiebung selbst sind.

Nach einer Abschätzung der Temperatur der leuchtenden Gassäule in einer Hohlkathode etwa unserer Bauart (/Hü 63/) ist

$$T/^{\circ}\text{K} = 110 + 0.06 \cdot \frac{I}{\text{mA}} \cdot \frac{U}{V}$$

falls die Entladung gleichmäßig in der ganzen Hohlkathode brennt. Für 5 mA und 180 V Brennspannung wäre danach in der Hohlkathode eine Temperatur von  $164^{\circ}\text{K}$ . Brennt dagegen die Entladung nur in der oberen Hälfte der Bohrung, was in mit Cs gefüllten Kathoden besonders bei weiter fortgeschrittenem Abbrand immer geschehen kann, aber während einer Messung nicht bemerkt wird, steigt bei gleicher Stromstärke die Spannung auf etwa 225 V und die Temperatur infolge der höheren Stromdichte und Spannung auf  $235^{\circ}\text{K}$ . Damit erniedrigt sich die Gasdichte um den Faktor 0.3 und die Druckverschiebung beträgt

nicht  $2/3$  mK sondern nur 0.45 mK. Die Differenz von 0.2 mK wird als vorgetäuschte ISV gemessen. Versuche, bei denen der Druck in der HK oder die Entladungsstromstärke variiert wurden, ergaben in der Tat meßbare Verschiebungen von einigen zehntel mK im oben abgeschätzten Sinne, wobei natürlich nicht gesagt werden kann, wie weit die Verschiebungen reine Druckverschiebungen sind und wie weit die geänderten Plasmaeigenschaften sich ausgewirkt haben.

In jedem Fall ist es fraglich, ob aus diesen Gründen überhaupt Meßgenauigkeiten von etwa  $1/10$  mK bei Verwendung zweier Hohlkathoden erzielt werden können. Bei höherliegenden Termen kann sich zudem der Druckverschiebungskoeffizient  $\chi$  noch um fast zwei Größenordnungen erhöhen. Bei Alkalien steigt  $\chi$  beispielsweise von  $0.13 \text{ cm}^{-1}$  auf  $5.8 \text{ cm}^{-1}$ .

### 6.3 Verwendetes Mittelungsverfahren

Ausgleich direkter Beobachtungen ungleicher Genauigkeit.

Es sei  $x_i$  die i-te direkte Beobachtung, deren mittlerer quadratischer Fehler  $\mu_i$  sei, also etwa das Meßergebnis des i-ten Versuches und dessen Fehler. Bei der Mittelung der  $x_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) muß man die  $x_i$  mit verschiedenen Gewichten  $p_i$  berücksichtigen. Üblicherweise setzt man

$$(1a) \quad p_i \propto 1/\mu_i^2 \quad (\text{siehe z. B. (/Ma 28/)},$$

somit ist

$$(1) \quad p_i \mu_i^2 = p_o \mu_o^2.$$

Dabei ist  $p_o$  das Einheitsgewicht und  $\mu_o$  der mittlere quadratische Fehler von  $p_o$ .

Der Mittelwert  $\bar{X}$  aller  $x_i$  lautet mit (1)

$$(2) \quad \bar{X} = \frac{\sum_1^N x_i p_i}{\sum_1^N p_i} = [\sum_1^N x_i p_i] / [\sum_1^N p_i].$$

Die eckige Klammer bedeutet das gleiche wie das Summenzeichen mit Summationsindex und Summationsgrenzen.

Dieser so berechnete Mittelwert  $\bar{X}$  hat einen mittleren quadratischen Fehler  $\mu_{\bar{X}}$ . Dieser läßt sich entweder v o r oder n a c h der Mittelung errechnen.

Bei der Berechnung von  $\mu_{\bar{X}}$  v o r der Mittelung verwendet man nur die Fehler  $\mu_i$ . Dann ist

$$(3a) \quad \mu_{\bar{X}} = \mu_o / \sqrt{\frac{[\sum_1^N p_i]}{p_o}} = \sqrt{\frac{\mu_o^2}{[\sum_1^N p_i]}}$$

Der Fehler  $\mu_{\bar{X}}$  geht umgekehrt proportional zur Wurzel aus  $[\sum_1^N p_i]$  gegen Null, also etwa umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Zahl der Messungen.

Nach (1) kann für  $\mu_o^2$  in (3a) auch irgendein  $\mu_i^2 p_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) gesetzt werden oder auch der N-te Teil der

Summe aller  $\mu_i^2 p_i$

$$(4) \quad \mu_{op_0}^2 = \mu_{i^2 p_i}^2 = [\mu_i^2 p_i] / N$$

Somit kann man für (3a) schreiben

$$(3) \quad \mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{[\mu_i^2 p_i]}{N[p_i]}} .$$

Bei der Berechnung von  $\mu_{\bar{x}}$  nach Errechnung des Mittelwertes  $\bar{x}$  verwendet man die Abweichungen der  $x_i$  von  $\bar{x}$

$$(5) \quad \hat{\mu}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{[(x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i]}{(N-1) \cdot [p_i]}} .$$

Diese Formel geht, wenn alle  $p_i$  gleich groß sind, somit  $[p_i] = N p_i$  ist, in die bekannte Formel zur Errechnung des quadratischen Fehlers des Mittelwertes von Zahlen gleicher (oder unbekannter) Genauigkeit über

$$(5b) \quad \hat{\mu}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{[(x - \bar{x})^2]}{N(N-1)}} .$$

$\mu_{\bar{x}}$  aus (3) und  $\hat{\mu}_{\bar{x}}$  aus (5) sind bei ausreichend großem N gleich groß. Abweichungen lassen Rückschlüsse auf systematische Fehler bei der Bestimmung der  $x_i$  und der Fehler  $\mu_i$  zu.

Da in der vorliegenden Arbeit N in keinem Falle groß ist ( $N \leq 7$ ), haben wir, um bei zufälliger Gleichheit der Messergebnisse  $x_i$  nicht unvernünftig kleine Fehlerangaben nach (5) zu erhalten, (3) und (5) zusammengefaßt, dabei aber  $(N-1)$  gleich N gesetzt:

$$(6) \quad \tilde{\mu}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N} \frac{[\mu_i^2 p_i]}{[p_i]} + \frac{1}{N} \frac{[(x_i - \bar{x})^2 p_i]}{[p_i]}} = \sqrt{\frac{[\mu_i^2 + (x_i - \bar{x})^2] p_i}{N [p_i]}}$$

Im Mittel sollte somit  $\tilde{\mu}_{\bar{x}}$  um einen Faktor  $\sqrt{2}$  größer sein als  $\mu_{\bar{x}}$  oder  $\hat{\mu}_{\bar{x}}$ . Gleichung (6) erfüllt dabei folgende Sonderfälle:

- 1) Falls alle  $\mu_i^2 \ll (x_i - \bar{X})^2$  sind, geht (6) in (5) über (bis auf die Näherung  $N-1 \approx N$ ),
- 2) falls alle  $\mu_i = \mu_0$  sind und  $\mu_0^2 \ll (x_i - \bar{X})^2$  ist, geht (6) in (5b) über (bis auf die Näherung  $N-1 \approx N$ ),
- 3) falls alle  $(x_i - \bar{X})^2 \ll \mu_i^2$  sind, geht (6) in (3) über,
- 4) falls nur ein Wert  $x_1 \pm u_1$  bekannt ist ( $N = 1$ ), ergibt (6) für  $\tilde{\mu}_{\bar{X}}$  genau wieder  $\mu_1$ , denn der Fehler von  $\bar{X} = x_1$  ist eben  $\tilde{\mu}_{\bar{X}} = \mu_1$ . Damit ist auch nachträglich das Setzen von  $N-1$  als  $N$  begründet worden. Hätte man das  $N-1$  nicht durch  $N$  ersetzt, so wäre ein unbestimmter Ausdruck in (6) aufgetreten.

In der vorliegenden Arbeit wurden alle Mittelungen nach Gleichung (2) und (6) durchgeführt.

#### 6.4 Verwendetes Verfahren zur Abschätzung systematischer Fehler

Bei der Auswertung einer Meßwertkurve werden alle Parameter  $P_i$  mit einem Fehler  $dp_i$  angegeben. Wie in Kapitel 3.22 angegeben wurde, ist die Verschlechterung der Anpassung bei Veränderung eines Parameters das Kriterium für die Genauigkeit des Parameters  $P_i$ .  $P_i$  kann nur in dem Wertebereich von  $P_i - dp_i$  bis  $P_i + dp_i$  willkürlich verändert werden, ohne daß die Summe der Quadrate der Abweichungen von gemessenen und berechneten Kurvenpunkten signifikant größer wird. Bei der Berechnung von  $dp_i$  werden alle anderen Parameter  $P_k$  festgehalten.

Hält man die Parameter  $P_k$  nicht fest, so ist zu erwarten, daß die Rechenmaschine durch geeignete Variation der  $P_k$  die Verschlechterung der Anpassung bei Veränderung von  $P_i$  teilweise kompensiert. Dann kann aber  $P_i$  um einen größeren Betrag als  $dp_i$  verändert werden, ohne daß die Summe der Abweichungsquadrate signifikant schlechter wird.

Um Fehler dieser Art zu berücksichtigen, werden verschiedene Anpassungen an den gleichen Meßwertkurven durchgeführt, wobei je ein Parameter  $P_i$  um den Betrag  $\Delta P_i$  falsch in den Rechner eingegeben und nicht variiert wird. Dabei ist  $\Delta P_i \approx 10 \cdot dp_i$ . Die Maschine wird versuchen, durch eine Veränderung der übrigen Parameter, also auch von  $P_k$ , die Verschlechterung der Anpassung so klein wie möglich zu halten. Die Änderung des Parameters  $P_k$  bei Änderung von  $P_i$  um  $\Delta P_i$  nennen wir  $\Delta P_k^{(i)}$ .

Bei der eigentlichen Anpassung ist der Parameter  $P_i$  nicht um  $\Delta P_i$ , sondern nur in der Größenordnung  $dp_i$  falsch. Dieser Fehler muß sich auf das  $P_k$  auswirken, der zusätzlich zum Fehler  $dp_k$  noch um einen weiteren Betrag  $\delta_k^{(i)}$  falsch sein kann. In guter Führung wird

$$\frac{\delta_k^{(i)}}{\Delta P_k^{(i)}} = \frac{dp_i}{\Delta P_i} \quad \text{sein.}$$

Nun haben alle  $P_i$  ( $i \neq k$ ) einen Einfluß auf  $P_k$ . Im ungünstigsten Fall ist der gesamte systematische Fehler  $D_k$  die Summe der Absolutbeträge aller  $\delta_k^{(i)}$

$$D_k \leq \sum_{i \neq k} |\delta_k^{(i)}| \quad D_k^{\max} = \sum_{i \neq k} |\delta_k^{(i)}|$$

Liegen mehrere Messungen zu einem Versuch vor, so gibt es eine Anzahl, nämlich  $N$   $D_k(1) \dots D_k(N)$ .

Bei der Mittelbildung werden sich diese  $D_k(n)$  weitgehend gegenseitig aufheben. Die zunächst plausibel erscheinende Gleichung

$$\overline{D}_k = \frac{D_k}{\sqrt{N}} \leq \frac{D_k^{\max}}{\sqrt{N}}$$

muß jedoch noch modifiziert werden, denn das Verhalten der Parameter  $P_i$ , die einen physikalischen Sachverhalt exakt beschreiben, unterscheidet sich von denen, die diesen nur näherungsweise angeben. Zu letzteren gehören nur die Kurvenformparameter  $P_2$  und  $P_3$ . Fehler in der Kurvenform können bei allen Messungen eines Versuches den Parameter  $P_k$  in gleicher Richtung und Größe verschieben, während Fehler der übrigen  $P_i$  ihre Wirkung auf  $P_k$  im Durchschnitt mehrerer Messungen wegmitteln. Da im Auswertprogramm bei Veränderung des  $P_3$  automatisch auch  $P_2$  so verändert wird, daß die Halbwertsbreite der Kurve gleich bleibt, genügt es, zur Feststellung systematischer Fehler infolge schlechter Kurvenform nur  $P_3$  zu verändern.

Somit geben wir als systematischen Fehler des Parameters  $P_k$  folgende Größe an:

$$\overline{D}_k = \delta_k^{(3)} + \sum_{i \neq k, 2, 3} |\delta_k^{(i)}| / \sqrt{N}$$

Ist die Korrelation zwischen den Parametern nicht nur klein, sondern gleich Null, so geht auch  $\overline{D}_k$  gegen Null.

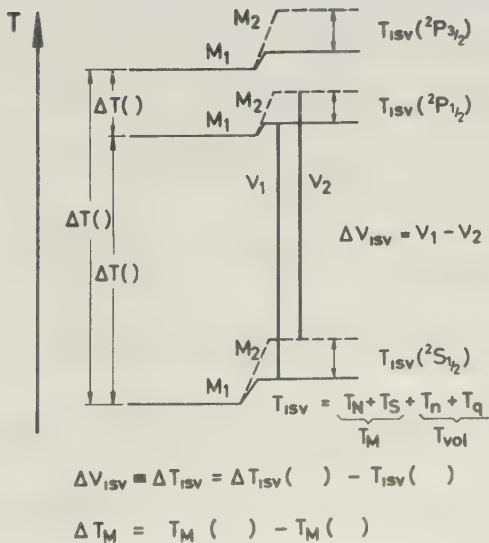
## 6.5 Verzeichnis der häufigsten Abkürzungen

|                      |                                                                                                                             |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| +)                   | Die Bedeutung der mit +) bezeichneten Größen ist in Figur 19 schematisch dargestellt.                                       |
| A, ( $\Delta A$ )    | Auflösungsvermögen<br>Nukleonenzahl (Differenz der Neutronenzahlen)                                                         |
| a                    | Einelektronenaufspaltungsfaktor der HFS                                                                                     |
| A(T)                 | Kerndipolkopplungskonstante der HFS des Terms T                                                                             |
| $a_H$                | Bohrscher Radius                                                                                                            |
| $\alpha$             | Feinstrukturkonstante                                                                                                       |
| B(T)                 | Kernquadrupol-Kopplungskonstante der HFS des Terms T                                                                        |
| b                    | Abschnitt auf der y-Achse der Kinggeraden                                                                                   |
| Ba                   | Barium                                                                                                                      |
| Cs                   | Caesium                                                                                                                     |
| d                    | Spiegelabstand des PF                                                                                                       |
| $\delta\nu$          | Auflösbare Wellenzahldifferenz                                                                                              |
| $dP_i$               | (vom Anpassungsprogramm) errechneter Fehler von $P_i$                                                                       |
| $\Delta P_i$         | Willkürliche Änderung von $P_i$                                                                                             |
| $\Delta P_k^{(i)}$   | Durch $\Delta P_i$ bewirkte Veränderung von $P_k$ (bei Durchführung einer Anpassung)                                        |
| $\delta_k^{(i)}$     | Durch $dP_i$ möglicherweise bewirkte Veränderung von $P_k$ (bei Durchführung einer Anpassung)                               |
| $D_k$                | Durch alle $dP_i$ ( $i \neq k$ ) möglicherweise bewirkte Veränderung von $P_k$ (bei Durchführung einer Anpassung)           |
| $\overline{D_k}$     | Durch alle $dP_i$ ( $i \neq k$ ) möglicherweise bewirkte Veränderung von $P_k$ (bei Durchführung verschiedener Anpassungen) |
| +) $\Delta\nu_{ISV}$ | Die Linienverschiebung infolge von ISV                                                                                      |
| $\Delta x$           | Länge eines Dispersionsgebietes (Anzahl von Meßpunkten)                                                                     |

|                       |                                                                                                        |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| e                     | Kerndeformation                                                                                        |
| $g, g_I'$             | gyromagnetisches Verhältnis $g = \mu/I$ $g_I' = \mu\mu_K/I$                                            |
| HFS                   | Hyperfeinstruktur                                                                                      |
| ISV                   | Isotopieverschiebung                                                                                   |
| $I(x)$                | Meßwert einer Registrierung                                                                            |
| $I_o, I_p$            | Dunkelstrom, Photostrom                                                                                |
| $I^c$                 | korrigierte Meßwerte                                                                                   |
| i                     | Laufindex                                                                                              |
| I                     | Kerndrehimpuls-Quantenzahl (Kernspin)                                                                  |
| $i(t)$                | Lichtstrom (in Abhängigkeit von der Zeit)                                                              |
| $k_M$                 | Linienverschiebungskonstante infolge Masseneffekts der ISV ( $\Delta T_M = k_M \Delta A$ )             |
| $k_{Vol}$             | Linienverschiebungskonstante infolge Volumeneffektes der ISV ( $\Delta T_{Vol} = k_{Vol} \cdot \rho$ ) |
| $\alpha$              | Druckverschiebungskonstante                                                                            |
| $\lambda$             | Wellenlänge eines Überganges                                                                           |
| $\mu_K$               | Kernmagneton                                                                                           |
| $\mu$                 | Magnetischer Moment des Kernes                                                                         |
| $\mu_i$               | mittlere quadratische Fehler der $X_i$                                                                 |
| $\mu_o$               | mittlere quadratische Fehler eines $X$ , dessen $P_i$ gleich $P_o$ ist                                 |
| $\mu_{\bar{X}}$       | mittlere quadratische Fehler des $\bar{X}$ , errechnet vor Errechnung von $\bar{X}$                    |
| $\hat{\mu}_{\bar{X}}$ | mittlere quadratische Fehler des $\bar{X}$ , errechnet nach Errechnung von $\bar{X}$                   |
| M                     | Kernmasse                                                                                              |
| m                     | Steigung der Kinggeraden                                                                               |
| $m_e$                 | Elektronenmasse                                                                                        |
| N                     | Neutronenzahl<br>Anzahl der Meßwerte                                                                   |
| n                     | Anzahl der interferierenden Bündel, Laufindex für registrierte Interferenzordnungen                    |
| +) $\nu$              | Wellenzahl                                                                                             |

|                       |                                                                                 |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| $P_i$                 | i-ter Kurvenparameter                                                           |
| $p_i$                 | i-ter Gewichtungsfaktor                                                         |
| $p_o$                 | Einheitsgewicht                                                                 |
| PM                    | Photomultiplier                                                                 |
| Q                     | Kernquadrupolmoment                                                             |
| $Q_i$                 | Inneres Kernquadrupolmoment                                                     |
| Ry                    | Rydbergkonstante                                                                |
| $r_o$                 | Nukleonenradius                                                                 |
| R                     | Kernradius                                                                      |
| r                     | Radialkoordinate                                                                |
| $\rho_k(r)$           | Kernladungsdichte                                                               |
| $\rho$                | Gasdichte Leuchtelektronendichte im Kerninneren                                 |
| $\rho_{norm}$         | Gasdichte bei Normalbedingungen                                                 |
| S                     | Wegunterschied                                                                  |
| +) T                  | Termlage der Feinstruktur                                                       |
| +) $T_N (\Delta T_N)$ | Termverschiebung(sdifferenz) infolge des normalen Bohrschen Mitbewegungseffekts |
| +) $T_S (\Delta T_S)$ | Termverschiebung(sdifferenz) infolge des spezifischen Effekts (Kopplungseffekt) |
| +) $T_{Vol}$          | Termverschiebung infolge des Volumeneffektes der ISV                            |
| +) $T_M (\Delta T_M)$ | Termverschiebung(sdifferenz) infolge des Masseneffekts der ISV                  |
| +) $T_q$              | Anteil des $T_{Vol}$ , der durch Veränderung von Q entsteht                     |
| +) $T_n$              | Anteil des $T_{Vol}$ , der durch Veränderung von N entsteht                     |
| $\mathcal{V}$         | Größe des Dispersionsgebietes                                                   |
| VE                    | Volumeneffekt                                                                   |

|           |                                                                               |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $x_i$     | i-te direkte Beobachtung                                                      |
| $\bar{x}$ | Mittelwert der $x_i$                                                          |
| $x$       | Laufindex für Meßwerte                                                        |
| Xe        | Xenon                                                                         |
| $X_n$     | Lage einer markanten HFS-Komponente in n-ter registrierter Interferenzordnung |
| Z         | Kernladungszahl                                                               |
| Za        | Kernladungszahl abzüglich Rumpfelektronenzahl                                 |



Figur 12 Schematische Darstellung der Bedeutung einiger Abkürzungen

## 6.6 Tabellenverzeichnis

| Tabelle                                                                                                                                                                               | Seite            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 1 Übersicht über die Eigenschaften der langlebigsten Caesiumisotope                                                                                                                   | 11               |
| 2 Zusammensetzung der untersuchten Caesiumgemische                                                                                                                                    | 32               |
| 3 Übersicht über die Aufspaltungsfaktoren der Cs I $6s^2S_{1/2}$ Terme, die gyromagnetischen Verhältnisse $g_I$ (bezogen auf Cs 133) und die HFS-Anomalien.                           | 62               |
| 4 Gemessene Übergangsfrequenzen zwischen HFS-Niveaus des Terms $6p^2P_{3/2}$ (Cs 133)                                                                                                 | 63               |
| 5 Aufspaltungsfaktoren der 6P- und 7P-Terme von Caesium                                                                                                                               | 65               |
| 6 Aufspaltungsfaktor des Terms $6p^2P_{1/2}$ von Cs 133                                                                                                                               | 66               |
| 7 Messungen an isotonenreinem Caesium                                                                                                                                                 | 117 <sup>+</sup> |
| 8 Messungen der Isotopieverschiebung der Linie $6P_{1/2}-6S_{1/2}$ , $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ an verschiedenen Proben von Spaltcaesium                                            | 118 <sup>+</sup> |
| 9 Messungen der Isotopieverschiebung der Linie $6P_{1/2}-6S_{1/2}$ , $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ an Caesiumgemischen                                                                 | 119 <sup>+</sup> |
| 10 Messung der Isotopieverschiebung der Linie $6P_{1/2}-6S_{1/2}$ , $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ an einem Gemisch von Cs 134 und Cs 133                                               | 120 <sup>+</sup> |
| 11 Messungen der Isotopieverschiebung der Linie $6P_{3/2}-6S_{1/2}$ , $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ an Spaltcaesium und Caesiumgemischen                                               | 121 <sup>+</sup> |
| 12 Übersicht über die bei den Messungen erhaltenen Werte für die Isotopieverschiebung                                                                                                 | 94               |
| 13 Berechnung des Volumeneffektes des $6s^2S_{1/2}$ -Terms aus den gemessenen Isotopieverschiebungen der Übergänge $6p^2P_{1/2,3/2}-6s^2S_{1/2}$ , $\lambda = 8943, 8521 \text{ \AA}$ |                  |
| 14 Zusammenfassung aller Versuchsergebnisse                                                                                                                                           | 141              |

+) Alle Meßergebnisse dieser Arbeit wurden im Anhang (6.1) zusammengestellt.

## 6.7 Figurenverzeichnis

| Figur                                                                                                                                                                                   | Seite |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 Ausschnitt aus dem Caesium I Termschema                                                                                                                                               | 13    |
| 2 Schnitt durch die Hohlkathode                                                                                                                                                         | 16    |
| 3 Interferenzstrukturdiagramm der $^{133}\text{Cs}$ I Linie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ mit ausgewählten Dispersionsgebieten                                                           | 25    |
| 4 Gemittelte Meßwertkurve von Spaltcaesium und reinem Caesium 133                                                                                                                       | 29    |
| 5 Schematische Darstellung der Rechenschritte im Rechenprogramm "Überlagerung"                                                                                                          | 37    |
| 6 Gegenüberstellung der nichtüberlagerten und der überlagerten Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 137 | 39    |
| 7 Gegenüberstellung eines Teiles der nichtüberlagerten und der überlagerten Meßwertkurve der HFS der Cs Resonanzlinie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an Spaltcaesium           | 41    |
| 8 Vergleich einer Meßwertkurve und der ihr optimal angepaßten errechneten Kurve eines Überganges im Kupfer I Spektrum                                                                   | 60    |
| 9 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an Spaltcaesium                                                                         | 74    |
| 10 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 135                                                 | 77    |
| 11 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 135 und Cs 137                                                 | 78    |
| 12 Überlagerte Meßwertkurven der HFS der Cs-Resonanzlinien, gemessen an einem Gemisch von Cs 133 und Cs 134                                                                             | 81    |
| 13 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an reinem Cs 133                                                                       | 84    |
| 14 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 135 und Cs 137                                                 | 86    |
| 15 Überlagerte Meßwertkurve der HFS der Cs-Resonanzlinie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ , gemessen an einem Gemisch von Cs 135 und Cs 137                                                 | 87    |
| 16 King-Gerade für die Isotopieverschiebung in den Übergängen Cs I, $\lambda\lambda = 8943, 8521 \text{ \AA}$                                                                           | 100   |
| 17 Isotopieverschiebung bei den benachbarten Elementen Xenon, Caesium und Barium                                                                                                        | 107   |
| 18 King-Gerade für die Isotopieverschiebung in den Übergängen Cs I, $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ und Ba I, $\lambda = 5536 \text{ \AA}$                                                 | 109   |
| 19 Schematische Darstellung der Bedeutung einiger Abkürzungen                                                                                                                           | 133   |

## 6.8 Literaturverzeichnis

- A1 55 Althoff, K.M.: Z. Phys. 141 33 (1955)
- Ar 54 Arroe, H.: Phys. Rev. 93 94 (1954)
- Ba 66 Bautz, P.: Diplomarbeit Marburg 1966
- BAC 50 Breit, G., G. Arfken, W. Clendenin: Phys. Rev. 78 390 (1950)
- BBHK 52 Brix, P., H.v. Buttlar, F.G. Houtermans, H. Kopfermann: Z. Phys. 133 192 (1952)
- BCCJ 52 Brochard, J., R. Chabbal, H. Chantrel, P. Jacquinet: J. Phys. Radium 13 433 (1952)
- BF 50 Brix, P., H. Frank: Z. Phys. 127 289 (1950)
- BK 49 Brix, P., H. Kopfermann: Z. Phys. 126 344 (1949)
- BKO 59 Bucka, H., H. Kopfermann, E.W. Otten: Ann. Phys. Lpz. 7. Folge Bd. 4 39 (1959)
- B1 58 Blochinzew, D.I.: Grundlagen der Quantenmechanik, Deutscher Verlag der Wissenschaften (Berlin 1958)
- BRS 56 Buck, P., I.I. Rabi, B. Senitzky: Phys. Rev. 104 553 (1956)
- Bu 58 Bucka, H.: Z. Phys. 151 328 (1958)
- Ch 65 Champeau, R.J.: Rapport d'activite du Laboratoire Aime Cotton (1965)
- Co 34 Cohen, V.: Phys. Rev. 46 713 (1934)
- Da 49 Davis, L.Jr.: Phys. Rev. 76 435 (1949)
- EFi 61 Elbel, M., W. Fischer: Z. Phys. 165 151 (1961)
- EJN 64 Erikson, K.B., I. Johansson, G. Norlén: Ark. Fys. 28 Nr. 19 233 (1964)
- EKMW 60 Everling, F., L.A. König, J.H.E. Mattauch, A.H. Wapstra: Nuclear Phys. 18 551 (1960)
- EP 55 Essen, L., J.V.L. Parry: Nature Lond. 176 280 (1955)
- Fi 58 Fischer, W.: Dissertation Marburg 1958
- FMUK 66 Fischer, W., H. Hühnermann, K.J. Kollath: Z. Phys. 194 417 (1966)
- Fö 37 Fölsche, T.: Z. Phys. 105 133 (1937)
- Gm 49 Göppert-Mayer, Maria: Phys. Rev. 75 1969 (1949)
- GS 35 Granath, L.P., R.K. Stranathan: Phys. Rev. 48 725 (1935)
- GSh 66 Garrett, R.C., Shang Yi Ch'en: Phys. Rev. 144 66 (1966)

- Ha 67 Hartmann, M.: Dissertation Marburg 1967
- Ha 63 Hartmann, M.: Diplomarbeit Marburg 1963
- He 61 Heilig, K.: Z. Phys. 161 252 (1961)
- HPSch 66 Heinzelmann, G., G. zu Putlitz, A. Schenck:  
Phys. Letters 21 162 (1966)
- HS 61 Mull, R.J., H.H. Stroke: J. opt. Soc. Amer.  
51 1203 (1961)
- Hü 63 Hühnermann, H.: Diplomarbeit Marburg 1963
- Hü 66 Hühnermann, H.: Colloque du spectroscopie  
instrumentale Paris (April 1966)
- HuW 66 Hühnermann, H., H. Wagner: Phys. Letters 21  
303 (1966)
- HZ 61 Hertz, G., Lehrbuch der Kernphysik Bd. 1  
Ed. Leipzig, W. Dausien Hanau 1964
- HZ 57 Haun, Jr. R.D., J.R. Zacharias: Phys. Rev. 107  
107 (1957)
- Ip 61 Ionescu-Pallas, N.J.: Ann. Phys. 115 7. Folge  
8 10 (1961)
- Ja 34 Jackson, D.A.: Proc. Roy. Soc. A 147 500 (1934)
- JBS 52 Jaccarino, V., B. Bedersen, H.H. Stroke: Phys.  
Rev. 87 676 (1952)
- JD 63 Jackson, D.A., Duong Hong Tuan: Proc. Roy. Soc. A.  
274 145 (1963)
- JD 64 Jackson, D.A., Duong Hong Tuan: Proc. Roy. Soc. A.  
280 323 (1964)
- JD 66 Jackson, D.A., Duong Hong Tuan: Proc. Roy. Soc. A.  
291 9 (1966)
- JD 66b Jackson, D.A., Duong Hong Tuan: priv. Mitteilung
- JDu 48 Jacquinet, P., Ch. Dufour: J. recherche centre  
nat. recherche sci. 6 91 (1948)
- Ki 64 King, W.H.: Proc. Roy. Soc. A. 280 430 (1964)
- Kl 62 Kleiman, H.: J. opt. Soc. Amer. 52 441 (1962)
- Ko 56 Kopfermann, H.: Kernmomente, Akadem. Verlags-  
GmbH. Frankfurt/M. 1956
- Kol 66 Kollath, K.J.: Diplomarbeit Marburg 1966
- KR 50 Koch, J., E. Rasmussen: Phys. Rev. 77 722 (1950)
- LB 50 Landolt-Börnstein: Zahlenwerte... Bd. 1 Teil 1  
Springer-Verlag 1950
- Le 64 Lés, F.: Acta phys. polon. 26 951 (1964)
- Ma 28 Mader, K.: Handbuch der Physik III, Springer-  
Verlag Berlin (1928)

- MC 65 Marrus, R., D. McColm: Phys. Rev. Letters 15  
813 (1965)
- Me 59 Meligy, A.S.: Nuclear Phys. 14 248 (1959)
- MeTW 60 Meligy, A.S., S. Tadros, M.A.El-Wahab: Nuclear  
Phys. 16 99 (1960)
- MHEP 58 Markowitz, W., R. Glenn Hall, L. Essen, J.V.L.  
Parry: Phys. Rev. Letters 1 105  
(1958)
- Mo 58 Moore, Charlotte: Atomic Energie Levels  
Circ. nat. Bur. Stand. 467 (1.5.1958)
- MZ 61 Mitchel, A.C.G., M.W. Zemansky: Resonance  
Radiation and Excited Atoms; Cam-  
bridge Univ. Press, Cambr. Engl. 1961
- MSW 65 Müller, W., A. Steudel, H. Walther: Z. Phys. 183  
303 (1965)
- Na 49 Nagle, D.E.: Phys. Rev. 76 847 (1949)
- PS 66 Perey, F.G., J.P. Schiffer: Phys. Rev. Letters  
17 324 (1966)
- PSch 65 zu Putlitz, G., A. Schenck: Z. Phys. 183 428  
(1965)
- Pu 63 zu Putlitz, G.: Ann. Phys. Lpz. 7. Folge 11 248 (1963)
- Pu 66 zu Putlitz, G.: Colloques Internationaux du  
Centre nat. de la recherche scienti-  
fique: La Structure HF Magnetique des  
Atoms et des Molécules, Paris 1966
- SCBS 62 Schuler, C.J., M. Cifton, L.L. Bradley III, H.H.  
Stroke: J. opt. Soc. Amer. 52 501  
(1962)
- Sch 57 Schwartz, Ch.: Phys. Rev. 105 173 (1957)
- Sh 40 Shang, Y.S.: Phys. Rev. 58 1051 (1940)
- ShS 40 Shang, Y.S., Pao Chia-Shan: Phys. Rev. 58 1058  
(1940)
- ShT 57 Shang, Y.S., M. Takeo: Rev. mod. Phys. 29 20  
(1957)
- SJEW 57 Stroke, H.H., V. Jaccarino, D.S. Edmonds Jr.  
R. Weiß: Phys. Rev. 105 590 (1957)
- SK 31 Schüler, H., J.E. Keyston: Z. Phys. 70 1 (1931)
- SKA 64 Sumner, P.D., H. Kleiman, Tin Aung: J. opt. Soc.  
Amer. 54 566 (1964)
- So 66 Sorensen, R.A.: Phys. Letters 21 333 (1966)
- St 57 Sternheimer, R.M.: Phys. Rev. 105 158 (1957)
- Ston 62 Stone, H.: J. opt. Soc. Amer. 52 998 (1962)

- Str 63 Stroke, H.H.: Distribution of Nucl. Charge  
Varenna Course 23 Nucl. Physics;  
Academic Press N.Y. and Lond. 1963
- SW 66 Steudel, A., H. Walther: Colloque du Spectro-  
scopie instrumentale, Paris (April  
1966)
- Sz 61 Schweizer, W.G.: J. opt. Soc. Amer. 51 692  
(1961)
- TS 62 Tomlinson, W.J.III, H.H. Stroke: Phys. Rev.  
Letters 8 436 (1962)
- TS 64 Tomlinson, W.J.III, H.H. Stroke: Nuclear Phys.  
60 614 (1964)
- Un 55 Unsöld, A.: Physik der Sternatmosphären  
Springer Berlin 1955
- Vi 39 Vinti, J.P.: Phys. Rev. 56 1120 (1939)
- Wa 65 Wagner, H.: Nuclear Instrum. 38 69 (1965)
- Wa 67 Wagner, H.: Dissertation Marburg 1967
- WE 33 White, H.E., A.Y. Eliason: Phys. Rev. 44 753  
(1933)
- WENS 65 Worley, R.D., V.J. Ehlers, W.A. Nierenberg,  
H.A. Shugart: Phys. Rev. 140 B 1483  
(1965)

### Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die Isotopieverschiebung der Resonanzlinien von Cs 133, Cs 134, Cs 135 und Cs 137 zu messen. Mit Hilfe eines digital registrierenden photoelektrischen Fabry-Perot Interferometers wurde einmal die Hyperfeinstruktur von Spaltcaesium aufgenommen, das Cs 133, Cs 135 und Cs 137 in dem bei der Kernspaltung entstehenden Mischungsverhältnis enthielt. Weiter wurden die Hyperfeinstrukturen von Cs-Mischungen registriert, die mit Hilfe eines elektromagnetischen Massentrenners hergestellt waren und nur jeweils zwei Isotope zu etwa gleichen Anteilen enthielten. Die Mischungen wurden aus Spaltcaesium beziehungsweise neutronenaktiviertem Cs 133 (mit etwa 5 % Cs 134) gewonnen.

Die Auswertung erfolgte mit Hilfe eines neu entwickelten Verfahrens unter Benutzung eines Digitalrechners. Das Verfahren ist für alle spektroskopischen Untersuchungen geeignet. Es liefert einerseits eine 5 bis 50 mal so große Genauigkeit wie die bisherigen Verfahren, läßt andererseits die Analyse unaufgelöster Strukturen überhaupt erst zu, und zwar mit der gleichen hohen Genauigkeit.

Da der HFS-Aufspaltungsfaktor des angeregten  $6p^2P_{1/2}$  Zustands bisher nur ungenau bekannt war, wurde er neu bestimmt mit dem Ergebnis

$$A(6p^2P_{1/2}, \text{Cs } 133) = (9.743 \pm 0.007) \text{ mK};$$

seine Kenntnis erleichterte die digitale Auswertung der Isotopieverschiebung aus den Registrierdaten der Cs-Gemische. Auch die Kernquadrupol-Wechselwirkungskonstante von Cs 134 konnte am angeregten Term  $6p^2P_{3/2}$  zu

$$B(6p^2P_{3/2}, \text{Cs } 134) = (1.49 \pm 0.15) \text{ mK}$$

bestimmt werden. Daraus folgt für das Quadrupolmoment des Cs 134 Kernes ein ähnlicher Wert, wie er jüngst von

anderen Autoren mit Hilfe eines Doppelresonanzexperimentes am angeregten  $7p^2P_{3/2}$  Term gemessen wurde.

Die Resultate für die Isotopieverschiebung in den Cs-Resonanzlinien sind in Tabelle 14 noch einmal zusammengestellt.

T a b e l l e 14

Die Isotopieverschiebung in den Cs-Resonanzlinien  
 $6p^2P_{1/2;3/2} - 6s^2S_{1/2}$ ,  $\lambda\lambda = 8943 \text{ \AA}, 8521 \text{ \AA}$ .

Zusammenfassung aller Versuchsergebnisse:

| ISV                                  | $\lambda = 8943 \text{ \AA}$  | $\lambda = 8521 \text{ \AA}$  |
|--------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{(134-133)}$ | $(+1.17 \pm 0.05) \text{ mK}$ | $(+1.23 \pm 0.08) \text{ mK}$ |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{(135-133)}$ | $(-1.23 \pm 0.04) \text{ mK}$ | $(-1.21 \pm 0.15) \text{ mK}$ |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{(137-133)}$ | $(-4.81 \pm 0.03) \text{ mK}$ | $(-4.75 \pm 0.08) \text{ mK}$ |
| $\Delta\nu_{\text{ISV}}^{(137-135)}$ | $(-3.57 \pm 0.05) \text{ mK}$ | $(-3.66 \pm 0.08) \text{ mK}$ |

Der Verlauf der Isotopieverschiebung mit der Neutronenzahl zeigt somit ein sehr unregelmäßiges Verhalten. Da die ISV von Barium einen sehr ähnlichen Verlauf zeigt, ergibt sich, daß der Volumeneffekt der ISV für Cs und Ba für Isotope gleicher Neutronenzahl innerhalb der Fehlergrenzen g l e i c h ist. Die empirisch am Quecksilber und Thallium gefundene Abhängigkeit des Volumeneffekts von der Nukleonen- K o n f i g u r a -  
t i o n im Atomkern konnte nicht bestätigt werden.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor  
Dr. Ing. W. Walcher, danke ich für die Anregung  
zu dieser Arbeit und sein förderndes Interesse  
bei ihrer Durchführung.

Desgleichen danke ich Herrn Dr. W. Fischer für  
zahlreiche klärende Diskussionen und wertvolle  
Hinweise.

## Lebenslauf

Am 15. April 1938 wurde ich, Harry Hühnermann, als ältester Sohn des Industriekaufmanns Georg Hühnermann und seiner Ehefrau Isolde Hühnermann, geb. v. Schmude, in Berlin geboren. Von 1944 bis 1951 besuchte ich die Volksschule in Dahme/Mark und die 27. Volksschule und die 27. Einheitsschule in Berlin-Charlottenburg. Nach dem Besuch der 7. Oberschule wissenschaftlicher Zweig in Berlin bis 1953 und des Helmholtz-Gymnasiums in Essen-Ruhr legte ich im März 1957 in Essen die Reifeprüfung ab.

Im Sommer-Semester 1957 begann ich an der Philipps-Universität in Marburg das Studium der Physik. Mit Ausnahme des Sommer-Semesters 1960, wo ich in Freiburg immatrikuliert war, studierte ich in Marburg und legte dort im Oktober 1960 die Diplom-Vorprüfung und im Februar 1963 die Diplom-Hauptprüfung ab. Anschließend übernahm ich am Physikalischen Institut der Philipps-Universität Marburg die vorliegende Arbeit.

Seit 1964 bin ich mit der Pharmazeutin und Lebensmittelchemikerin Dr. Waltraud Hühnermann, geb. Hehlmann verheiratet. Wir haben zwei Kinder.

Meine akademischen Lehrer waren in Physik die Herren Professoren

Becker, Cappeller, Flüge, Hoenl, Hückel, Huster, Kamke, Madelung, Salecker, Vogt, Walcher und Wolter in Chemie, Radiochemie und Physikalischer Chemie die Herren Professoren

Dimroth, Hünig, Kuhn, Mahr, Pfeil und Starke in Mathematik die Herren Professoren

Doetsch, Goertler, Krafft, Nitsche, Peyerimhoff, Rotstein und A. Schmidt.





